

Лабораторная работа № 8.

Решение хорошо структуризованных задач.

Решение оптимизационных задач с помощью Поиска решения в Excel.

Цель: изучение методики составления экономико-математических моделей задач линейного программирования (ЛП) и технологии решения задач ЛП с помощью надстройки *Поиск решения* в среде *MS Excel*.

8.1 Решение задач ЛП с помощью надстройки Поиск решения в среде MS Excel

Поиск решения – это надстройка *Excel*, которая позволяет решать оптимизационные задачи. Для загрузки этой надстройки при работе в *MS Excel 2003* необходимо выбрать команду *Сервис* → *Надстройки* и установить флажок для надстройки *Поиск решения*. При работе в *MS Excel 2007* следует выбрать команду *Office – Параметры Excel – Надстройки – Управление: надстройки Excel – Перейти* и установить флажок для надстройки *Поиск решения*. Если же этой надстройки нет в диалоговом окне *Надстройки*, то необходимо с помощью программы-установки *Excel* (или *Office*) установить надстройку *Поиск решения*.

Далее приведен пример решения в *MS Excel* задачи ЛП [1, 2].

Пример – Конфетная фабрика, используя три вида ресурсов, производит конфеты четырех видов. Потребности в ресурсах и их запасы в течение недели приведены в таблице 8.1. Определить оптимальный план производства на неделю, позволяющий получить максимальную прибыль.

Таблица 8.1 – Исходные данные

Тип ресурсов, т	Конфеты «Зубр»	Конфеты «Мишка»	Конфеты «Зайка»	Конфеты «Белочка»	Общий объем ресурсов, т
Какао	4	1,5	1	2	50
Орехи	4	0,5	0,5	2	65
Сахар	3	3	5	1	70
Прибыль от реализации одной тонны конфет, тыс. д. е.	25	12	10	11	

Математическая модель задачи имеет вид:

$$F = 25x_1 + 12x_2 + 10x_3 + 11x_4 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 1,5x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 50; \\ 4x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 + 2x_4 \leq 65; \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 \leq 70; \\ x_j \geq 0. \end{cases}$$

Далее необходимо ввести исходные данные задачи на лист *Excel* так, как показано на рисунке 8.1. В экранной форме на рисунке 8.1 каждой переменной и каждому коэффициенту задачи поставлена в соответствие конкретная ячейка в *Excel*.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	ВХОДНЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ (изменяемые ячейки):							
	имя переменной	Конфеты «Зубр», x_1	Конфеты «Мишка», x_2	Конфеты «Зайка», x_3	Конфеты «Белочка», x_4			
2								
3	значение							
4								
5	ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ:							
6		коэффициенты ЦФ				Значение ЦФ	Направл.	
7		25	12	10	11	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$E\$3;B7:E7)	max	
8								
9	ОГРАНИЧЕНИЯ:							
10		коэф-ты левой части				левая часть	знак	правая часть
11	Какао	4	1,5	1	2	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$E\$3;B11:E11)	<=	50
12	Орехи	4	0,5	0,5	2	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$E\$3;B12:E12)	<=	65
13	Сахар	3	3	5	1	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$E\$3;B13:E13)	<=	70

Рисунок 8.1 – Экранная форма для ввода условий задачи

Дальнейшие действия производятся в окне «Поиск решения», которое вызывается из меню «Сервис» (рисунок 8.2).

Для ввода адреса ячейки значения целевой функции необходимо поставить курсор в ячейку окна «Поиск решения», а затем указать нажатием левой клавиши мыши на листе *Excel* адрес целевой ячейки \$E\$7.

В поле «Изменяя ячейки» указываются адреса \$B\$3:\$D\$3 для хранения значений искомым переменных задачи x_j .

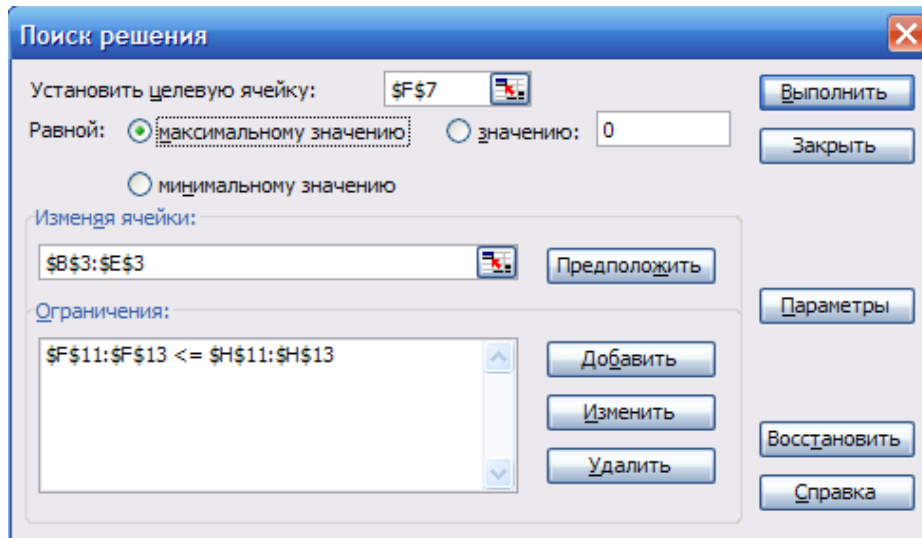


Рисунок 8.2 – Окно «Поиск решения» задачи

Для установления конкретных параметров решения задач оптимизации определенного класса необходимо нажать кнопку «Параметры» (на рисунке 8.2) и в окне «Параметры поиска решения» установить флажки «Линейная модель» и «Неотрицательные значения». Установка флажка «**Линейная модель**» указывает на то, что решается задача ЛП. Установка флажка «**Неотрицательные значения**» обеспечивает выполнение условий неотрицательности искомых переменных $x_i \geq 0, i = \overline{1, 4}$.

После запуска на решение задачи путем нажатия кнопки «Выполнить» на экране появится окно «Результаты поиска решения» с сообщением «Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены».

Полученное решение задачи представлено на рисунке 8.3.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	ВХОДНЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ (изменяемые ячейки):							
2	имя переменной	Конфеты «Зубр», x_1	Конфеты «Мишка» x_2	Конфеты «Зайка», x_3	Конфеты «Белочка», x_4			
3	значение	6	17,3333	0	0			
4								
5	ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ:							
6		коэффициенты ЦФ				Значение ЦФ	Направл.	
7		25	12	10	11	358	max	
8								
9	ОГРАНИЧЕНИЯ:							
10		коэф-ты левой части				левая часть	знак	правая часть
11	Какао	4	1,5	1	2	50	<=	50
12	Орехи	4	0,5	0,5	2	32,66666667	<=	65
13	Сахар	3	3	5	1	70	<=	70

Рисунок 8.3 – Полученное решение задачи

Оптимальное решение (оптимальный план производства конфетной фабрики): 6 т конфет «Зубр», 17,33 т конфет «Мишка». При этом достигается максимальная прибыль 358 тыс. д. е.

8.2 Задание

Необходимо составить экономико-математические модели задач в соответствии с вариантом по таблице 8.2 и решить задачи с помощью надстройки Excel Поиск решения [1–6].

Таблица 8.2 – Варианты задач

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Номера задач	1, 6, 9	2, 7, 10	3, 5, 11	4, 8, 12	1, 7, 10	2, 5, 11	3, 6, 9	4, 5, 12	1, 8, 12	2, 6, 10	3, 7, 11	4, 8, 9	2, 8, 12	1, 8, 12	3, 5, 11

Отчет о лабораторной работе должен содержать разделы: тема и цель работы; условия задач по варианту и математические модели задач; результаты решения задач с помощью надстройки *Поиск решения*.

Задача 1. На мебельной фабрике изготавливают столы, стулья и табуреты. На производство одного изделия требуется 1500, 1000 и 620 дм³ древесины. При этом затраты рабочего времени при изготовлении стола составляют 5 машиночасов, стула – 1,5 машиночаса и табурета – 0,7 машиночаса. Всего для производства мебели фабрика может использовать 1220 м³ древесины. Оборудование может быть занято в течение 26 машиночасов. Прибыль от реализации стола, стула и табуретки равна 200, 30 и 15 р. соответственно. Фабрика должна ежедневно производить не менее двух столов. На производство другой продукции ограничений нет. Определить, какую продукцию и в каком количестве следует ежедневно изготавливать фабрике, чтобы прибыль от ее реализации была максимальной.

Задача 2. На приобретение оборудования для нового производственного участка выделено 20 тыс. д. е. Оборудование должно быть размещено на площади, не превышающей 72 м². Предприятие может заказать оборудование двух видов: более мощные машины типа *A* стоимостью 5 тыс. д. е., требующие производственные площади 6 м² (с учетом проходов) и дающие 8 тыс. единиц продукции за смену, и менее мощные машины типа *B* стоимостью 2 тыс. д. е., занимающие площадь 12 м² и дающие за смену 6 тыс. единиц продукции. Машин типа *A* можно заказать не более 3 единиц. Найти

оптимальный вариант приобретения оборудования, обеспечивающий максимум общей производительности нового участка.

Задача 3. Требуется составить самый дешевый рацион питания цыплят, содержащий необходимое количество питательных веществ – тиамина T и ниацина H . Пищевая ценность рациона (в калориях) должна быть не менее заданной в таблице 8.3. Смесь для цыплят изготавливается из двух продуктов – K и C . Известно содержание T и H в этих продуктах, а также питательная ценность K и C (в калориях). Сколько K и C надо взять для одной порции корма, чтобы цыпленок получил необходимую ему дозу веществ H и T и калорий (или больше) при минимальной стоимости порции?

Таблица 8.3 – Исходные данные к задаче 3

Питательные вещества	Содержание		Потребность
	в 1 унции K	в 1 унции C	
Вещество T	0,10 мг	0,25 мг	1,00 мг
Вещество H	1,00 мг	0,25 мг	5,00 мг
Стоимость 1 кг, у. д. е.	3,8	4,2	

Задача 4. Брокеру биржи клиент поручил разместить 100000 у. д. е. на фондовом рынке, сформировать портфель с ценными бумагами, чтобы получить максимальные годовые проценты с вложенного капитала. Выбор ограничен четырьмя возможными объектами инвестиций-акций A , B , C , D , которые позволяют получить доход в размерах соответственно 6, 8, 10 и 9 % годовых от вложенной суммы. При этом клиент поручил не менее половины инвестиций вложить в акции A и B . С целью обеспечения ликвидности не менее 25 % общей суммы капитала нужно поместить в акции D . Учитывая прогноз на изменение ситуации в будущем, в акции C можно вложить не более 20 % капитала. Специфика налогообложения указывает на необходимость вложения в акции A не менее 30 % капитала. Определить распределение инвестиций капитала, обеспечивающее максимальный годовой процентный доход.

Задача 5. Три типа самолетов следует распределить между двумя авиалиниями (таблица 8.4). В таблице заданы количество самолетов каждого типа, месячный объём перевозок каждым самолетом на каждой авиалинии и соответствующие эксплуатационные расходы. Распределить самолёты по авиалиниям так, чтобы при минимальных суммарных эксплуатационных расходах перевезти по каждой из них соответственно не менее 300 и 200 единиц груза.

Таблица 8.4 – Исходные данные к задаче 8

Тип самолета	Число самолетов	Месячный объём перевозок одним самолетом по авиалиниям		Эксплуатационные расходы на один самолёт по авиалиниям	
		I	II	I	II
1	50	15	10	15	20
2	20	30	25	70	28
3	30	25	50	40	70

Задача 6. На швейном предприятии для изготовления пяти видов костюмов может быть использована ткань трёх артикулов. Исходные данные представлены в таблице 8.5. Определить, сколько костюмов каждого вида должно произвести предприятие, чтобы стоимость изготовленной продукции была максимальной. При каком плане выпуска костюмов их общая стоимость будет минимальной? Как изменится оптимальный план выпуска костюмов, если общее количество ткани первого артикула увеличится на 10 %, второго – на 25 %, а третьего – на 30 %?

Таблица 8.5 – Исходные данные к задаче 6

Артикул ткани	Норма расхода ткани на один костюм каждого вида, м					Общее количество ткани, м
	1	2	3	4	5	
I	2	1	1	5	2	190
II	3	2	–	2	1	320
III	–	4	4	1	–	454
Цена одного костюма, р.	2300	4500	6200	6400	8200	

Задача 7. Для изготовления изделий двух видов склад может отпустить металла не более 150 кг, причем на изделие 1-го вида расходуется 5 кг, а на изделие 2-го вида – 3 кг металла. Требуется спланировать производство так, чтобы была обеспечена наибольшая прибыль, если изделий 1-го вида требуется изготовить не более 20 шт., а изделий 2-го вида – не более 25 шт., причем одно изделие 1-го вида стоит 7 р., а 2-го вида – 8 р.

Задача 8. Предприятие может выпускать металлические шкафы и стеллажи. Для производства шкафа требуется 1 человек/час рабочего времени и 9 м² листового металла, а для производства стеллажа – 1 человек/ч рабочего времени и 5 м² металла. Имеется 6 человек/ч рабочего времени и 45 м² листового металла. Один шкаф приносит прибыль 8 тыс. р., а один стеллаж – 5 тыс. р. Определить, сколько изготавливать шкафов и стеллажей, чтобы прибыль предприятия была максимальной.

Задача 9. Торговое предприятие реализует товары T1, T2 и T3, используя при этом площади торговых залов и время обслуживающего персонала. Затраты указанных ресурсов на продажу одной партии товара каж-

дого вида, их объемы и прибыль, получаемая от реализации каждой партии товара, приведены в таблице 8.6. Найти оптимальную структуру товарооборота, обеспечивающую предприятию максимальную прибыль.

Таблица 8.6 – Исходные данные к задаче 9

Ресурсы	Запас ресурса	Затраты ресурсов по товарам		
		T1	T2	T3
Время, чел.-ч	370	0,5	0,7	0,6
Площадь, м ²	90	0,1	0,3	0,2
Прибыль, д. е.		5	8	6

Задача 10. Имеются два проекта на строительство жилых домов. Расход стройматериалов, их запас и полезная площадь дома по каждому из проектов приведены в таблице 8.7. Определить, сколько домов первого и второго проектов следует построить, чтобы полезная площадь была наибольшей.

Таблица 8.7 – Исходные данные к задаче 10

Стройматериалы	Расход стройматериалов на один дом, м ³		Запас стройматериалов, м ³
	I проект	II проект	
Кирпич силикатный	7	3	1365
Кирпич красный	6	3	1245
Пиломатериалы	1	2	650
Полезная площадь, м ²	60	50	

Задача 11. Фирма производит два безалкогольных широко популярных напитка «Колокольчик» и «Буратино». Для производства 1л «Колокольчика» требуется 0,02 ч работы оборудования, а для «Буратино» – 0,04 ч, а расход специального ингредиента на них составляет 0,01 и 0,04 кг на 1 л соответственно. Ежедневно в распоряжении фирмы 16 кг специального ингредиента и 24 ч работы оборудования. Доход от продажи 1 л «Колокольчика» составляет 0,25 р., а «Буратино» – 0,35 р. Определить ежедневный план производства напитков каждого вида, обеспечивающий максимальный доход от их продажи.

Задача 12. Сельскохозяйственное предприятие может приобрести тракторы марок M1 и M2 для выполнения работ P1, P2 и P3. Производительность тракторов при выполнении указанных работ, общий объем работ и стоимость каждого трактора приведены в таблице 8.8. Найти оптимальный вариант приобретения тракторов, обеспечивающий выполнение всего комплекса работ при минимальных денежных затратах на технику.

Таблица 8.8 – Исходные данные к задаче 12

Вид работ	Объём работ, га	Производительность трактора марки	
		М1	М2
P1	60	4	3
P2	40	8	1
P3	30	1	3
Стоимость трактора, д. е.		7	2

Контрольные вопросы

- 1 Как определить, что решаемая задача относится к классу задач ЛП?
- 2 Какое решение задачи ЛП называется допустимым? Оптимальным?
- 3 Каков смысл параметров, задаваемых в окне «Параметры поиска решения»?
- 4 Каковы знаки в ограничениях, правой частью которых являются запасы ресурсов, – «равно», «меньше либо равно» или «больше либо равно»? А если правой частью ограничений является объём работ?