

Системный анализ

Конспект лекций

Содержание

Тема 1. Системный анализ как методология решения проблем.	3
Системный анализ в структуре современных системных исследований.....	3
Классификация проблем по степени их структуризации	4
Принципы решения хорошо структуризованных проблем.	5
Принципы решения неструктуризованных проблем.	8
Принципы решения слабоструктуризованных проблем.....	9
Основные этапы и методы системного анализа.	10
Методология системного анализа.....	14
Структурный анализ систем.....	16
Виды моделей систем.....	17
Тема 2. Декомпозиция систем.....	20
Модели систем как основание декомпозиции.....	20
Связь между формальной и содержательной моделями.....	22
Алгоритмизация процесса декомпозиции.....	23
Агрегирование, эмерджентность, внутренняя целостность системы.....	25
Тема 3. Методология решения неструктуризованных проблем.....	30
Общая характеристика методов экспертных оценок.....	30
Классификация методов экспертных оценок.....	31
Метод парных сравнений.....	35
Метод последовательных сравнений.....	35
Метод взвешивания экспертных оценок.....	36
Метод предпочтения.....	39
Метод ранга.....	40
Метод полного попарного сопоставления.....	41
Ранжирование проектов методом парных сравнений.....	43
Ранжирование критериев по их важности методом Перстоуна.....	43
Тема 4. Методология решения слабо структуризованных проблем.....	46
Процедура структуризации проблемы в виде дерева решений.....	50
Критерий для оптимизации решений в условиях риска и неопределенности.....	51
Выбор рациональной стратегии с использованием многих критериев.....	54
Тема 5. Решение хорошо структуризованных проблем.....	55
Выбор оптимальной стратегии достижения целей.....	55
Тема 6. Основы принятия решений при многих критериях.....	58
Постановка задачи векторной оптимизации и классификация многокритериальных методов.....	58
Принцип согласованного оптимума В.Парето.....	59
Приемы поиска Парето-оптимальных решений.....	60
Общая технологическая схема принятия решений при многих критериях.....	61
Циклы проектирования и уровни оптимизации сложных технических систем.....	62
Структурная оптимизация систем, как процесс принятия решений.....	63
Метод ФСА (функционально-стоимостного анализа).....	65
Метод комплексной оценки структур.....	65
Методика многокритериального выбора рациональных структур.....	66
Тема 7. Языки описания выбора.....	71
Выбор как реализация цели.....	71
Множественность задач выбора.....	72
Метод линейной комбинации частных критериев.....	72
Метод ведущего критерия.....	74
Метод последовательных уступок.....	74
Метод равных и наименьших относительных отклонений.....	76
Тема 8. Математическое описание систем.....	78
Внутреннее описание.....	78
Внешнее описание.....	79
Описание систем с конечным числом состояний.....	81

Тема 1. Системный анализ как методология решения проблем.

Системный анализ в структуре современных системных исследований

Системный анализ – междисциплинарный курс, обобщающий методологию исследования сложных технических, природных и социальных систем.

Целью применения системного анализа к конкретной проблеме является повышение степени обоснованности принимаемого решения, расширение множества вариантов, среди которых производится выбор, с одновременным указанием способов отбраковки тех из них, которые заведомо уступают другим.

Термин "системный анализ" является не совсем корректным переводом появившегося в 60-х годах в США термина "system analysis" для обозначения техники анализа сложных систем при решении задач военного управления

Причины распространения системного подхода

Любая деятельность человека, какой бы профессиональный характер она ни носила, состоит в решении возникающих перед человеком *проблем*. Накопление опыта решения проблем началось в рамках каждой профессии отдельно. В каждой специальности возникли такие разделы, в большинстве профессий они оформились как целые дисциплины. Сначала у военных, а затем у экономистов возникло "Исследование операций", у медиков – "Общая патология человека" и "Искусство диагностики", у инженеров – "Системотехника" и "Методы инженерного творчества", у обществоведов - "Политология", "Конфликтология", у администраторов - "Системный подход", и этот список можно продолжить.

В 50-х гг. 20-го века появилась идея сравнить методы решения проблем в разных профессиях. Обнаружилось, что если обратить внимание не на содержательную специфику данной проблемы, а на технологию работы с нею, на последовательность действий и предосторожностей, то вероятность успеха повышается, если следовать одним и тем же советам, независимо от природы проблемы.

Так возникла идея – предложить некий универсальный алгоритм действий по решению проблем, пригодный к применению в любой профессии, в любой предметной области.

За несколько десятилетий идея формирования общеупотребительной методики решения проблем была доведена до создания специальной технологии, которую стали называть прикладной системный анализ.

Прикладной системный анализ отличается от других наук рядом особенностей.

Во-первых, он нацелен не на отыскание общих закономерностей, а на решение конкретной проблемы с ее уникальной спецификой.

Во-вторых, для решения проблемы могут понадобиться знания из любой профессии, поэтому прикладной системный анализ имеет универсальный междисциплинарный характер.

В-третьих, системный анализ выполняется не только системным аналитиком, но и самими участниками проблемной ситуации. Аналитик знает технологию, т. е. какие вопросы и в каком порядке задавать, а ответы на них знают только сами вовлеченные в ситуацию субъекты. Так что продукт системного анализа производится не профессионалом-специалистом, а коллективом участников ситуации под ненавязчивым руководством аналитика.

Широкое распространение идей и методов системного анализа, а главное – успешное их применение на практике стало возможным только с внедрением и повсеместным использованием ЭВМ как инструмента решения сложных задач.

Прилагательное «системный» в применении к целому ряду понятий (метод, исследование, особенность, взгляд, модель и т.д.) означает учет в этих понятиях *принципов системного подхода*.

Основные принципы системного подхода

1) требование рассматривать совокупность элементов системы как одно целое и запрет рассмотрения системы как простого объединения элементов;

2) признание того, что свойства системы не просто сумма свойств ее элементов. Система обладает особыми свойствами, которых может и не быть у отдельных элементов;

3) максимум функции системы. Доказано, что всегда существует функция ценности системы – в виде зависимости ее эффективности (почти всегда это экономический показатель) от условий построения и функционирования. Кроме того, эта функция ограничена, а значит нужно искать ее экстремум;

4) запрет рассмотрения системы в отрыве от окружающей ее среды. Это означает обязательность учета внешних связей и требование рассматривать анализируемую систему как часть (подсистему) более общей системы;

5) деление системы на подсистемы при анализе;

6) система должна рассматриваться на всех этапах жизненного цикла: происхождение, развитие, разрушение (гибель).

В завершение рассмотрим так называемый "**закон необходимого разнообразия**". У. Р. Эшби: "чтобы создать систему, способную справиться с решением проблемы, обладающей определенным, известным разнообразием, нужно, чтобы сама система имела еще большее разнообразие, чем разнообразие решаемой проблемы, или была способна создать в себе это разнообразие".

Классификация проблем по степени их структуризации

Согласно классификации, предложенной Г. Саймоном и А. Ньюэллом, все множество проблем системного анализа в зависимости от глубины их познания подразделяется на три следующих класса.

Хорошо структурированные проблемы – многовариантные по существу и количественно сформулированные проблемы, в которых основные зависимости выяснены настолько хорошо, что они могут быть выражены в числах или символах, а в результате решения получают количественные оценки. Для решения хорошо структурированных проблем используется методология исследования операций. Исследование операций использует математический аппарат линейного, целочисленного, нелинейного и динамического программирования, сетевого планирования и управления, управления запасами, теории массового обслуживания.

Основная проблема применения методов исследования операций состоит в том, чтобы правильно подобрать типовую или разработать новую математическую модель, собрать необходимые исходные данные и проверить адекватность выбранной модели существующей решаемой проблеме.

Неструктурированные, или качественно выраженные проблемы содержат только описание важнейших признаков и характеристик, при этом количественные зависимости между ними неизвестны. В неструктурированных проблемах применяются мето-

ды принятия решений в условиях неопределенности (теория игр), а также на основе экспертных методов, эвристического программирования.

При решении этих проблем основное значение придается суждению, опыту и интуиции руководителей и специалистов. Обычно опытный специалист собирает максимум различных сведений по решаемой проблеме и на основе интуиции и суждений вносит предложение о целесообразных действиях.

К названным проблемам можно отнести проблему формирования долгосрочных и среднесрочных планов научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, социального развития коллектива и др.

Слабоструктурированные проблемы, которые содержат как количественные, так и качественные малоизвестные и неопределенные зависимости. Для решения слабоструктурированных проблем используются статистические и вероятностные методы, векторная оптимизация, методы корреляционного, регрессионного и кластерного анализа, методы, использующие нечеткие множества, методы искусственного интеллекта (нейронные сети, генетические алгоритмы).

К слабоструктурированным проблемам, для решения которых предназначен системный анализ, относится большинство наиболее важных экономических, технических, политических и военно-стратегических задач крупного масштаба.

Типичными проблемами такого рода являются те, которые:

- а) намечены для решения в будущем;
- б) сталкиваются с широким набором альтернатив;
- в) зависят от текущей неполноты технологических достижений;
- г) требуют больших вложений ресурсов и содержат элементы риска;
- д) внутренне сложны вследствие комбинирования ресурсов, необходимых для их решения;
- е) для которых не полностью определены требования стоимости или времени реализации проблемы;
- ж) цель проблемы не всегда можно формализовать в виде единственного критерия оптимальности.

Принципы решения хорошо структурированных проблем.

Для решения проблем этого класса широко используются математические методы И.О. В операционном исследовании можно выделить основные этапы:

1. Определение конкурирующих стратегий достижения цели.
2. Построение математической модели операции.
3. Оценка эффективностей конкурирующих стратегий.
4. Выбор оптимальной стратегии достижения целей.

Математическая модель операции представляет собой функционал:

$$E = f(x \in x^{\rightarrow}, \{\alpha\}, \{\beta\}) \Rightarrow \text{ext}z$$

- E – критерий эффективности операций;
- x – стратегия оперирующей стороны;
- α – множество условий проведения операций;
- β – множество условий внешней среды.

Модель позволяет оценить эффективность конкурирующих стратегий и выбрать из их числа оптимальную стратегию.

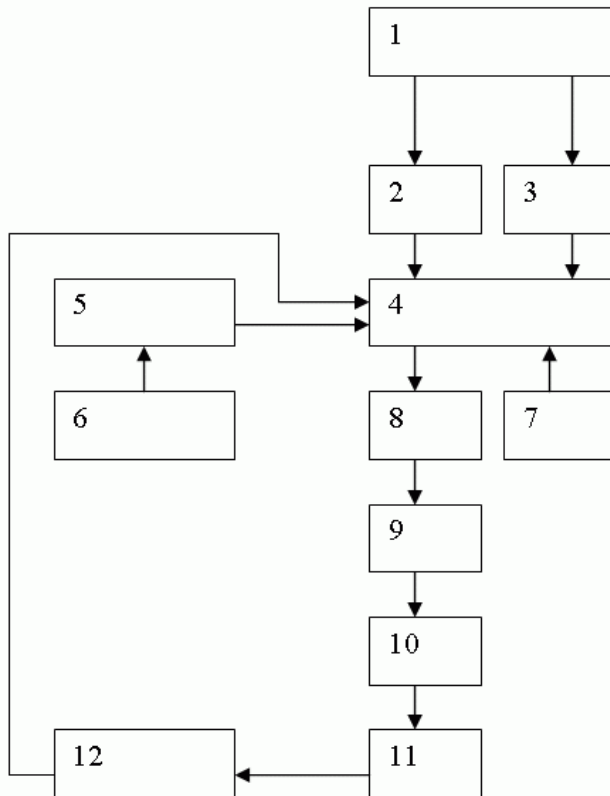


Рис. 1.3

1. постоянство проблемы
 2. ограничения
 3. критерий эффективности операций
 4. математическая модель операции
 5. параметры модели, но часть параметров, как правило, не известна, поэтому
- (6)
6. прогнозирование информации (т.е. нужно предугадать ряд параметров)
 7. конкурирующие стратегии
 8. анализ и стратегии
 9. оптимальная стратегия
 10. утвержденная стратегия (более простая, но которая удовлетворяет еще ряду критериев)
 11. реализация решения
 12. корректировка модели

Критерий эффективности операции должен удовлетворять ряду требований:

1. Представительность, т.е. критерий должен отражать основную, а не второстепенную цель операции.
2. Критичность – т.е. критерий должен изменяться при изменении параметров операций.
3. Единственность, так как только в этом случае возможно найти строгое математическое решение задачи оптимизации.
4. Учет стохастичности, которая связана обычно со случайным характером некоторых параметров операций.
5. Учет неопределенностей, которая связана с отсутствием какой-либо информации о некоторых параметрах операций.

6. Учет противодействия, которое вызывает часто сознательный противник, управляющий полными параметрами операций.

7. Простая, т.к. простой критерий позволяет упростить математические выкладки при поиске опт. решения.

Приведем схему, которая иллюстрирует основные требования к критерию эффективности исследования операций.

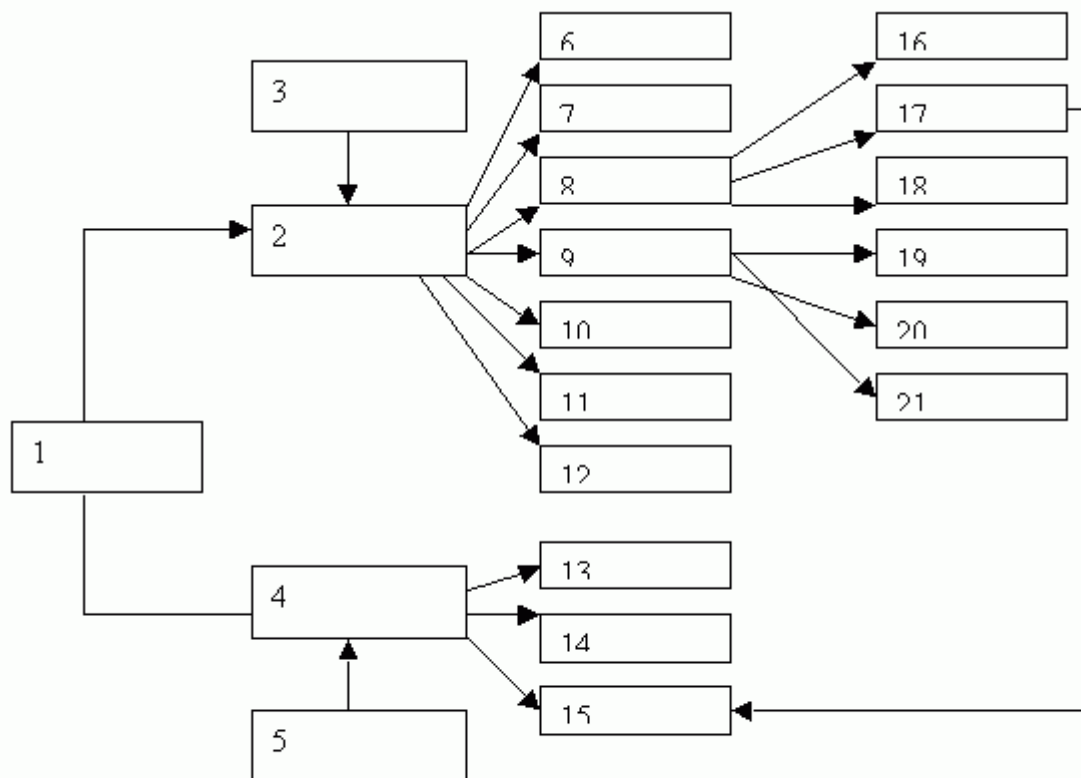


Рис. 1.4 – Схема, которая иллюстрирует требования к критерию эффективности исследования операций

1. постановка проблемы (вытекают 2 и 4 (ограничения));
2. критерий эффективности;
3. задачи верхнего уровня
4. ограничения (мы организуем вложенность моделей);
5. связь с моделями верхнего уровня;
6. представительность;
7. критичность;
8. единственность;
9. учет стохастичности;
10. учет неопределенности;
11. учет противодействия (теория игр);
12. простота;
13. обязательные ограничения;
14. дополнительные ограничения;
15. искусственные ограничения;
16. выбор главного критерия;
17. перевод ограничений;

18. построение обобщенного критерия;
19. оценка математического отид-я;
20. построение доверительных интервалов;
21. анализ возможных вариантов (есть система; мы точно не знаем, какова интенсивность вх. потока; мы можем только с определенной вероятностью предположить ту или иную интенсивность; затем взвешиваем выходящие варианты).

Единственность – чтобы можно было решить задачу строго математическими методами.

Пункты 16, 17 и 18 – это способы, которые позволяют избавиться от многокритериальности.

Учет стохастичности – большая часть параметров имеет стохастическое значение. В ряде случаев стох. мы задаем в виде ϕ -и распределения, следовательно, сам критерий необходимо усреднить, т.е. применять математические ожидания, следовательно, п.19, 20, 21.

Принципы решения неструктуризованных проблем.

Для решения проблем этого класса целесообразно использовать методы экспертных оценок.

Методы экспертных оценок применяются в тех случаях, когда математическая формализация проблем либо невозможна в силу их новизны и сложности, либо требует больших затрат времени и средств. Общим для всех методов экспертных оценок является обращение к опыту, указанию и интуиции специалистов, выполняющих функции экспертов. Давая ответы на поставленный вопрос, эксперты являются как бы датчиками информации, которая анализируется и обобщается. Можно утверждать, следовательно: если в диапазоне ответов имеется истинный ответ, то совокупность разрозненных мнений может быть эффективно синтезирована в некоторое обобщенное мнение, близкое к реальности. Любой метод экспертных оценок представляет собой совокупность процедур, направленных на получение информации эвристического происхождения и обработку этой информации с помощью математико-статистических методов.

Процесс подготовки и проведения экспертизы включает следующие этапы:

1. определение целей экспертизы;
2. формирование группы специалистов-аналитиков;
3. формирование группы экспертов;
4. разработка сценария и процедур экспертизы;
5. сбор и анализ экспертной информации;
6. обработка экспертной информации;
7. анализ результатов экспертизы и принятия решений.

При формировании группы экспертов необходимо учитывать их индивидуальные х-ки, которые влияют на результаты экспертизы:

- компетентность (уровень профессиональной подготовки)
- креативность (творческие способности человека)
- конструктивность мышления (не «летать» в облаках)
- конформизм (подверженность влиянию авторитета)
- отношение к экспертизе
- коллективизм и самокритичность

Методы экспертных оценок применяются достаточно успешно в следующих ситуациях:

- выбор целей и тематики научных исследований
- выбор вариантов сложных технических и социально-экономических проектов и программ
- построение и анализ моделей сложных объектов
- построение критериев в задачах векторной оптимизации
- классификация однородных объектов по степени выраженности какого-либо свойства
- оценка качества продукции и новой техники
- принятие решений в задачах управления производством
- перспективное и текущее планирование производства, НИР и ОКР
- научно-техническое и экономическое прогнозирование и т.д. и т.п.

Принципы решения слабоструктуризованных проблем

Для решения проблем этого класса целесообразно использовать методы системного анализа. Проблемы, решаемые с помощью системного анализа, имеют ряд характерных особенностей:

1. принимаемое решение относится к будущему (завод, которого пока нет)
2. имеется широкий диапазон альтернатив
3. решения зависят от текущей неполноты технологических достижений
4. принимаемые решения требуют больших вложений ресурсов и содержат элементы риска
5. не полностью определены требования, относящиеся к стоимости и времени решения проблемы
6. проблема внутренняя сложна в следствие того, что для ее решения необходимо комбинирование различных ресурсов.

Основные концепции системного анализа состоят в следующем:

- процесс решения проблемы должен начинаться с выявления и обоснования конечной цели, которой хотят достичь в той или иной области и уже на этом основании определяются промежуточные цели и задачи
 - к любой проблеме необходимо подходить, как к сложной системе, выявляя при этом все возможные подпроблемы и взаимосвязи, а также последствия тех или иных решений
 - в процессе решения проблемы осуществляется формирование множества альтернатив достижения цели; оценка этих альтернатив с помощью соответствующих критериев и выбор предпочтительной альтернативы
 - организационная структура механизма решения проблемы должна подчиняться цели или ряду целей, а не наоборот.

Системный анализ представляет собой многошаговый итеративный процесс, причем исходным моментом этого процесса является формулировка проблемы в некоторой первоначальной форме. При формулировке проблемы необходимо учитывать 2 противоречивых требования:

1. проблема должна формулироваться достаточно широко, чтобы ничего существенного не упустить;
2. проблема должна формироваться т.о., чтобы она была обозримой и могла быть структурирована. В ходе системного анализа степень структуризации проблемы повышается, т.е. проблема формулируется все более четко и исчерпывающе.

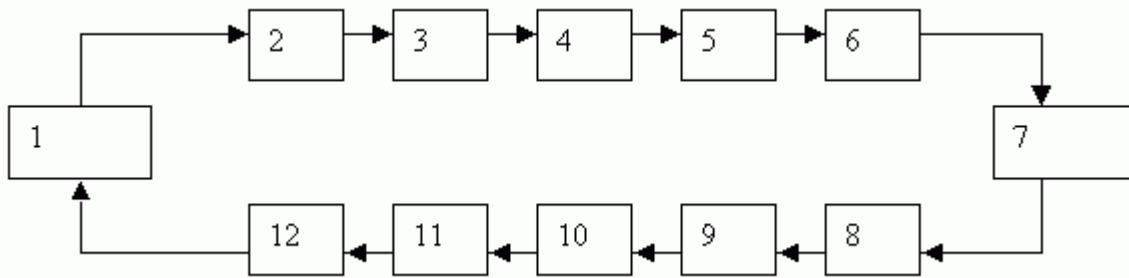


Рис. 1.5 – Один шаг системного анализа

1. постановка проблемы
2. обоснование цели
3. формирование альтернатив
4. исследование ресурса
5. построение модели
6. оценка альтернатив
7. принятие решения (выбор одного решения)
8. анализ чувствительности
9. проверка исходных данных
10. уточнение конечной цели
11. поиск новых альтернатив
12. анализ ресурсов и критериев

Основные этапы и методы системного анализа.

Системный анализ в общем случае состоит из трех основных этапов: декомпозиции, анализа и синтеза (рис. 1.2).

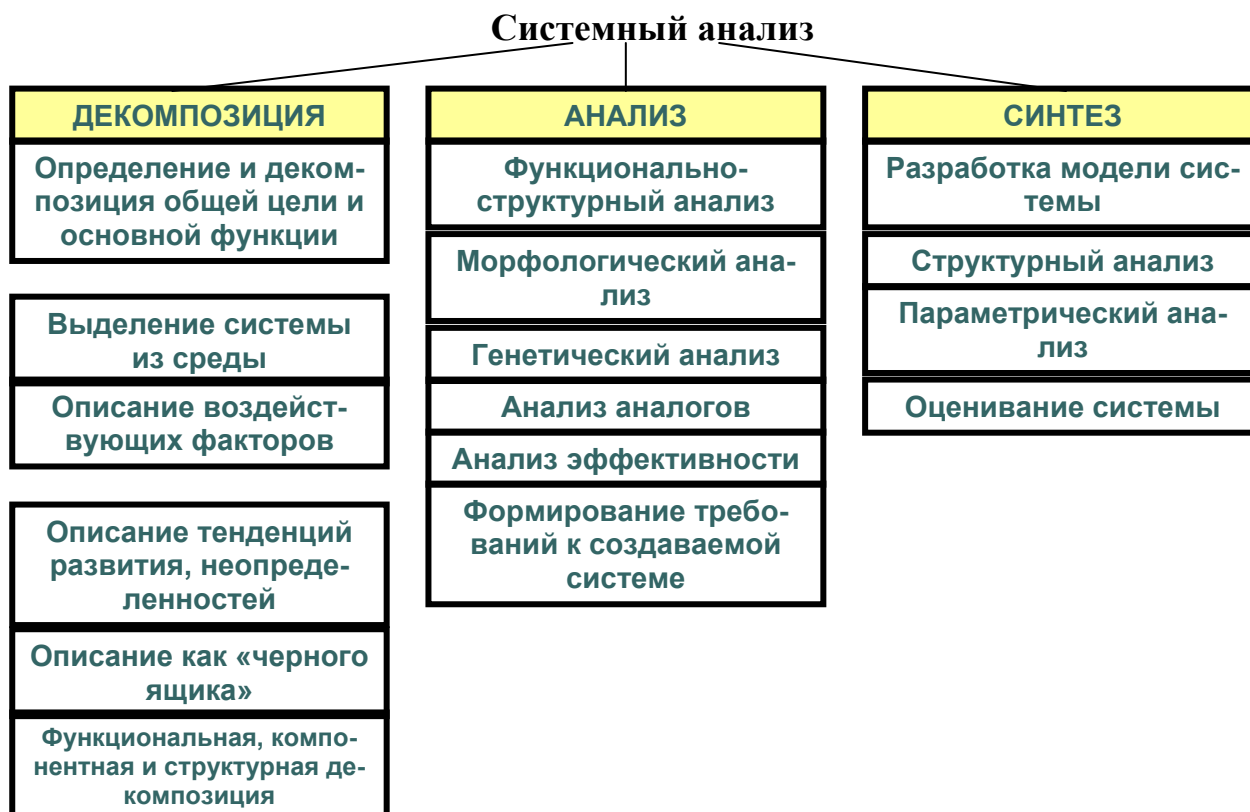


Рис. 1.2. Структура системного анализа

Этап декомпозиции

Этап *декомпозиции* обеспечивает общее представление системы и предполагает выполнение определенных мероприятий.

1. Определение и декомпозицию общей цели исследования и основной функции системы как ограничение траектории в пространстве состояний системы или в области допустимых ситуаций. Наиболее часто декомпозиция проводится путем построения дерева целей и дерева функций.

2. Выделение системы из среды по критерию участия каждого рассматриваемого элемента в процессе, приводящем к результату на основе рассмотрения системы как составной части надсистемы.

3. Описание воздействующих факторов.

4. Описание тенденций развития, неопределенностей разного рода.

5. Описание системы как «черного ящика».

6. Функциональная (по функциям), компонентная (по виду элементов) и структурная (по виду отношений между элементами) декомпозиции системы.

Глубина декомпозиции ограничивается. Декомпозиция должна прекращаться, если необходимо изменить уровень абстракции – представить элемент как подсистему (модель начинает описывать внутренний алгоритм функционирования элемента вместо закона его функционирования в виде «черного ящика» – выход за пределы цели исследования системы).

Рассмотрим основные виды декомпозиции.

1. *Функциональная декомпозиция* – базируется на анализе функций системы. При этом ставится вопрос, что делает система, независимо от того, как она работает. Основанием разбиения на функциональные подсистемы служит общность функций, выполняемых группами элементов.

2. *Декомпозиция по жизненному циклу* – выделение систем по изменению закона функционирования подсистем на разных этапах цикла существования системы от «рождения до гибели». Рекомендуется применять, когда целью системы является оптимизация процессов и когда можно определить последовательные стадии преобразования входов и выходов.

3. *Декомпозиция по физическому процессу* – признак выделения подсистем – шаги выполнения алгоритма функционирования подсистемы, стадии смены состояний. Стратегия полезна при описании существующих процессов. При реализации могут теряться (не учитываться в полной мере) ограничения, накладываемые функциями друг на друга. При этом может оказаться скрытой последовательность управления. Применять следует, если цель модели – описание физического процесса как такового.

4. *Декомпозиция по подсистемам (структурная декомпозиция)* – признак выделения подсистем – сильная связь между элементами по одному из типов отношений (связей), существующих в системе (информационных, логических, иерархических, энергетических,). Рекомендуется использовать разложение на подсистемы только в том случае, когда такое разделение на основные части системы не изменяется. Нестабильность границ подсистем обесценит как отдельные модели, так и их объединение.

Этап анализа

Этап *анализа* обеспечивает формирование общего и детального представления системы.

1. *Функционально-структурный анализ* – позволяет сформулировать требования к создаваемой системе. Он включает уточнение состава и законов функционирования элементов, алгоритмов функционирования и взаимовлияния подсистем, разделение управляемых и неуправляемых характеристик, задание пространства состояний, задание параметрического пространства, анализ целостности системы, формулирование требований к создаваемой системе.

2. *Морфологический анализ* – анализ взаимосвязи компонентов.

3. *Генетический анализ* – анализ предыстории, причин развития ситуации, имеющих тенденций, построение прогнозов.

4. *Анализ аналогов*.

5. *Анализ эффективности* – по результативности, ресурсоемкости, оперативности. Включает выбор шкалы измерения, формирование показателей эффективности, обоснование и формирование критериев эффективности, оценивание и анализ полученных оценок.

6. *Формирование требований к системе* – включая выбор критериев оценки и ограничений.

Этап анализа в общем случае включает в себя следующие основные стадии проектирования системы.

Стадия 1. Выявление главных функций (свойств, целей, предназначения) системы. Формирование основных предметных понятий, используемых в системе. Уяснение основных выходов в системе (тип выхода: материальный, информационный, услуга).

Стадия 2. Выявление основных функций и частей (модулей, подсистем) в системе. Понимание единства этих частей в рамках системы. Это стадия получения первичных сведений о структуре и характере основных связей. На этой стадии выясняется наличие преимущественно последовательного или параллельного характера связей между элементами, взаимной или односторонней направленности воздействий между ними.

Стадия 3. Выявление основных процессов в системе, их роли, условий осуществления; выявление стадийности, смен состояний в функционировании; выделение основных управляющих факторов. Здесь исследуется динамика важнейших изменений в системе; вводятся параметры состояний и факторы на них влияющие; определяется, управляемы ли процессы и способствуют ли они осуществлению системой своих главных функций.

Стадия 4. Выявление основных элементов окружающей среды, с которыми связана изучаемая система. Выявление характера этих связей. На этой стадии:

- исследуются основные внешние воздействия на систему;
- определяются их тип (вещественные, информационные, услуги), степень влияния на систему, основные характеристики;
- фиксируются границы системы, определяются элементы окружающей среды, на которые направлены основные выходные воздействия.

Здесь выясняется относительная зависимость системы от окружающей среды.

Стадия 5. Выявление неопределенностей и случайностей, влияющих на систему.

Стадия 6. Представление о системе как о совокупности модулей, связанных входами-выходами (выявление разветвленной структуры, иерархии).

Этим заканчивается общее описание системы. Его достаточно, если не предвидится непосредственная работа с рассматриваемой системой.

Стадия 7. Выявление всех элементов и связей. Ранжирование элементов и связей по их значимости.

Стадии 6 и 7 тесно связаны между собой: стадия 6 – предел познания «внутри» системы; стадия 7 – более углубленные знания о системе, более углубленная ее детализация. Стадии 6 и 7 подводят итог общему, цельному изучению системы. Дальнейшие стадии рассматривают только ее отдельные стороны.

Стадия 8. Здесь исследуются медленное, обычно нежелательное изменение свойств системы, которое принято называть «старением», а также возможность замены отдельных модулей на новые, позволяющие не только противостоять «старению», но и повысить качество системы по сравнению с первоначальным состоянием. К ней также относят улучшение характеристик модулей, подключение новых модулей и т.п.

Стадия 9. Исследование функций и процессов в системе в целях управления ими. Введение управления и процедур принятия решений. Здесь выясняется, где, когда и как система управления воздействует на основную систему, насколько это эффективно, приемлемо и удобно реализуемо.

Этап синтеза

Этап *синтеза* системы, решающей социально-экономическую проблему, включает следующие виды работ (рис. 1.3).

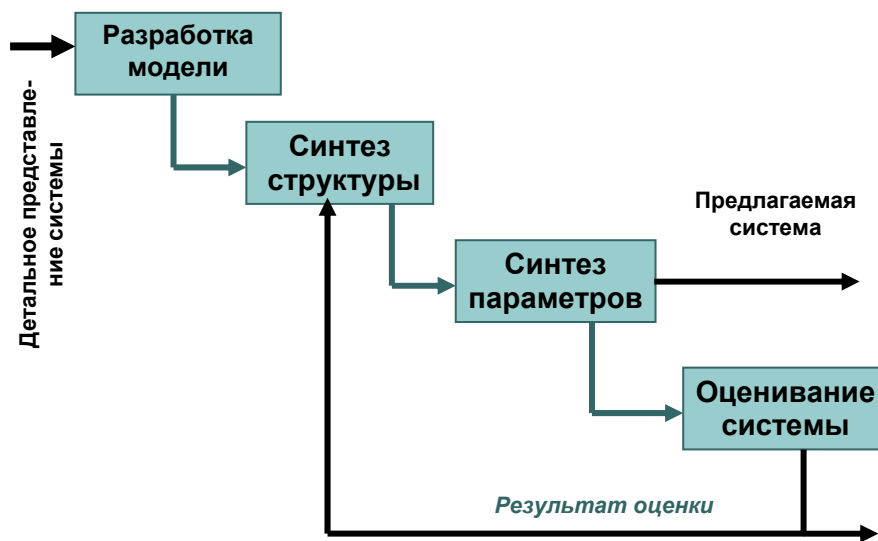


Рис. 1.3. Упрощенная функциональная диаграмма этапа синтеза системы, решающей проблему

1. Разработка модели проектируемой системы – предполагает выбор математического аппарата, моделирование, оценку модели по критериям адекватности, простоты, соответствия между точностью и сложностью, баланса погрешностей, многовариантности реализаций, блочности построения.

2. Синтез альтернативных структур системы, снимающей проблему.

3. Синтез параметров системы, снимающей проблему.

Оценка вариантов синтезированной системы – обоснование схемы оценивания, реализация модели, проведение эксперимента по оценке, обработка результатов оценивания, анализ результатов, выбор наилучшего варианта.

Методология системного анализа

Перечислим этапы укрупненного системного анализа:

- 1) постановка задачи,
- 2) структуризация системы,
- 3) построение и исследование модели.

Так как не все перечисленные этапы имеют формальный аппарат, то, следовательно, на современном уровне системный анализ не является строгим научным методом, некоторые этапы и задачи выполняются на основе логики, инженерного опыта и интуиции.

Методология системного анализа включает следующие *основные процедуры*:

1) постановка задачи системного анализа;

Задача системного анализа состоит в проведении необходимого анализа неопределенностей, ограничений и формулировании оптимизационной задачи вида:

$$f(x) \rightarrow \text{extr}, x \in G$$

Здесь x – элемент некоторого нормированного пространства G , определяемого природой модели, $G \in E$, где E – множество, которое может иметь сколь угодно сложную природу, определяемую структурой модели и особенностями исследуемой системы.

2) изучение структуры системы, анализ ее компонентов, выявление взаимосвязей между отдельными элементами;

3) сбор данных о функционировании системы, исследование информационных потоков, наблюдения и эксперименты над анализируемой системой;

На этом этапе определяют числовые значения параметров внутренних и внешних параметров системы в режиме ее функционирования.

Внутренние параметры системы – это параметры элементов, из которых состоит система.

Внешние параметры – это параметры внешней среды, оказывающей влияние на функционирование системы.

4) построение моделей системы;

5) проверка адекватности моделей, анализ неопределенности и чувствительности;

Проверка адекватности модели заключается в доказательстве факта, что точность результатов, полученных по модели, будет не хуже точности расчетов, произведенных на основании экспериментальных данных.

При анализе неопределенности модели выделяют следующие источники неопределенностей: обусловленные неполнотой моделей, неадекватностью моделей и неопределенностью исходных параметров.

При анализе чувствительности модели к изменению входных параметров устанавливается степень зависимости выходных параметров от входных. Если установлено, что изменение ряда параметров приводит к незначительным изменениям выходных характеристик, сравнимых с точностью проведения расчетов на модели, то такие входные параметры можно исключить из модели и тем самым упростить ее.

б) исследование ресурсных возможностей модели;

Модель должна быть обеспечена в достаточном объеме энергетическими, материальными, временными и информационными ресурсами.

Что касается энергетических и временных ресурсов, думаю, тут все понятно.

В качестве материальных ресурсов в случае решения задачи путем моделирования на ЭВМ выступают объем памяти и машинное время. При нехватке материальных ресурсов для решения подобных задач необходимо проводить декомпозицию модели системы на совокупность связанных моделей меньшей размерности.

Что касается информационными ресурсами, то качество и полнота информации, представленной в модели, обеспечивает принятие обоснованных решений и является гарантией успешного управления.

7) определение целей системного анализа;

Определить цель системного анализа – означает ответить на вопрос, что надо сделать для снятия проблемы. *Проблема* – это разница между существующей и желаемой системой.

8) формирование критериев;

Критерий – это способ сравнения альтернатив. Решение может состоять не обязательно в поиске более адекватного критерия, оно может выражаться в использовании нескольких критериев, описывающих одну цель по-разному и дополняющих друг друга.

Основные критерии, наиболее часто встречающиеся в анализе сложных технических систем, следующие. Это

- экономические критерии – прибыль, рентабельность, себестоимость;
- технико-экономические – производительность, надежность, долговечность;
- технологические – выход продукта, характеристики качества и пр.

9) генерирование альтернатив;

Генерирование альтернатив, т.е. идей о возможных способах достижения цели, является творческим процессом. Основные способы генерации – это:

- а) поиск альтернатив в патентной и журнальной литературе;
- б) привлечение нескольких экспертов, имеющих разную подготовку и опыт;
- в) увеличение числа альтернатив за счет их комбинации;
- г) генерирование альтернатив, рассчитанных на различные интервалы времени (долгосрочные, краткосрочные, экстренные).

Приведем теперь методы, используемые в системном анализе, для проведения работы по формированию множества альтернатив.

1) *Методы коллективной генерации идей* (или методы мозгового штурма)

2) *Разработка сценариев*. Сценарии-альтернативы – это логически обоснованные модели поведения проблемной системы в будущем, которые после принятия решения можно рассматривать как прогноз изменения состояний системы.

При составлении сценариев проводят анализ внутренних и внешних факторов, влияющих на развитие системы, анализируют высказывания ведущих специалистов в научных публикациях по рассматриваемой тематике.

3) *Морфологические методы*. Основная идея морфологических методов состоит в систематическом переборе всех мыслимых вариантов решения проблемы или развития системы путем комбинирования выделенных элементов или их признаков. Системный аналитик определяет все мыслимые параметры, от которых может зависеть решение проблемы и представляет их в виде матриц-строк. Затем в этой матрице определяются все возможные сочетания параметров по одному из каждой строки. Полученные таким

образом варианты подвергаются оценке и анализу с целью выбора наилучшего варианта решения проблемной ситуации.

4) *Деловые игры* – т.е. имитационное моделирование реальных ситуаций.

5) *Методы экспертного анализа*. Суть методов состоит в подборе группы экспертов, являющихся специалистами в рассматриваемой области знаний. Перед ними формулируется задача, скажем, изложить свое мнение по проблеме, требующей решения, предложить пути развития системы, обосновать траекторию изменения состояний системы в будущем и т.п. После получения ответов появляется коллективное мнение о решаемой проблеме. В результате обработки экспертных ответов получают наиболее вероятный прогноз по развитию системы.

6) *Методы типа дерева целей*. Эти методы подразумевают использование иерархической структуры, полученной путем разделения общей цели на подцели, а их, в свою очередь, на более детальные составляющие.

10) реализация выбора и принятие решений;

Многокритериальность задачи создает сложности формирования целевой функции и приводит к множеству возможных решений.

Задачей принятия решения называют кортеж

$$\alpha = \langle W, \theta \rangle,$$

где W – множество вариантов решений задачи;

θ (тэта) – принцип оптимальности, т.е. правило предпочтения вариантов.

Решением задачи α называют множество $W_{\text{OK}} \in W$, полученное на основе принципа оптимальности.

Задачи принятия решений классифицируют по наличию информации о множестве W и принципе оптимальности θ .

Если W и θ неизвестны, возникает *общая задача принятия решения*. Это наиболее сложная задача, так как данные для получения W_{OK} определяют в процессе ее решения.

Задачу с известным θ называют *задачей выбора*, а задачу с известными W и θ – *задачей оптимизации*.

Подходы к решению многокритериальных задач известны – это сведение многокритериальной задачи к однокритериальной, поиск альтернативы с заданными свойствами, нахождение паретовского множества альтернатив.

11) внедрение результатов анализа.

Конечный результат анализа будет зависеть не только от того, насколько теоретически обоснованы методы, применяемые при проведении анализа, но и оттого, насколько грамотно и качественно реализованы полученные рекомендации.

Структурный анализ систем

Структурным анализом принято называть метод исследования системы, который начинается с ее общего обзора и затем детализируется, приобретая иерархическую структуру со все большим числом уровней.

Структурный анализ базируется на двух наиболее важных принципах:

– принцип декомпозиции – принцип решения трудных проблем путем разбиения их на множество меньших независимых задач, достаточно простых для понимания и решения

– принцип иерархического упорядочивания – устройство системы легче понять при организации ее частей в древовидные иерархические структуры, т.е. система может быть понята и построена по уровням, каждый из которых добавляет новые детали.

Как уже было сказано, *структура* системы – совокупность элементов системы и связей между ними.

Рассмотрим основные способы представления структуры систем.

1) **Сетевые структуры** – представляют собой отображение взаимосвязи объектов, как правило, одного иерархического уровня, между собой. Пример такой системы – структурная схема ЭВМ.

Различают следующие виды **сетевых структур**.

– *линейная структура* со строго упорядоченным взаимоотношением элементов «один к одному».

– *древовидная структура*, представляющая собой объединение многих линейных подструктур

– *кольцевая структура* (циклическая), имеющая замкнутые контуры, с помощью которой изображаются схемы циркуляции информации в системах.

2) **Иерархические структуры**, представляющие собой декомпозицию системы в пространстве и применяемые, прежде всего, для описания подчиненности элементов в структурах управления. Пример такой системы – изображение схемы ЭВМ с детализацией на каждом новом уровне иерархии.

При изучении вопроса о структурировании функций системы следует использовать инструментальный концептуальный анализ систем, например:

– методологию структурного анализа и проектирования SADT (Structured Analysis & Design Technique),

– методологию IDEF0.

Для структурирования информационных потоков применяются методология IDEF1, диаграммы «сущность-связь».

Для структурирования процессов применяются методология IDEF3 и т.д.

Виды моделей систем

Модель – это физический или абстрактный образ моделируемого объекта, удобный для проведения исследований и позволяющий адекватно отображать интересующие исследователя физические свойства и характеристики объекта.

Рассмотрим основные виды моделей систем и способы их построения.

1) Модели бывают **материальные** и **абстрактные**. Разновидностью абстрактных моделей являются *математические* модели.

2) Различают **статические** и **динамические** модели.

Динамическая модель описывает процесс изменения во времени состояний системы. В противном случае модель является *статической*.

Различают три основных вида статических моделей систем.

А) *Модель черного ящика*

Любое системное исследование начинается с установления основной функции изучаемой или проектируемой системы, когда она рассматривается как черный ящик, заданный характеристиками, известными на данный период времени.

Представление системы в виде черного ящика является наиболее простой, грубой формой описания, которое имеет следующие особенности.

Во-первых, оно не раскрывает внутренней структуры системы. Оно лишь отражает два следующих важных свойства системы: целостность и обособленность от среды.

Во-вторых, такое представление говорит также о том, что система хотя и является обособленной, выделенной из среды, но, тем не менее, она не является изолированной от нее.

Входы, или ресурсы системы представляют собой объекты, передаваемые системе из среды. При помощи входов осуществляется влияние среды на систему.

Выходы, или конечный продукт системы, – это объекты, передаваемые системой окружающей среде. Посредством выходов система может оказывать влияние на среду.

В модель следует отбирать только те входы и выходы, которые отражают целевое назначение модели.

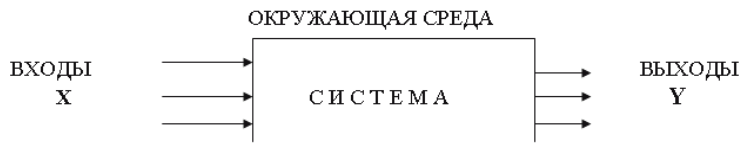


Рис. – Модель «черного ящика»

Такая модель, несмотря на внешнюю простоту, бывает полезной для решения определенного круга задач. Модель черного ящика является начальным этапом изучения сложных систем.

Б) Модель состава системы

Внутреннее устройство системы в модели черного ящика не рассматривается. Но внутреннее содержание ящика оказывается неоднородным. В структуре системы можно выделить различные элементы, подсистемы, компоненты системы, причем, эти понятия условны. В зависимости от цели, для решения которой строится модель, один и тот же объект может быть определен и в качестве элемента, и в качестве подсистемы.

Модель состава системы описывает, из каких подсистем и элементов система состоит.

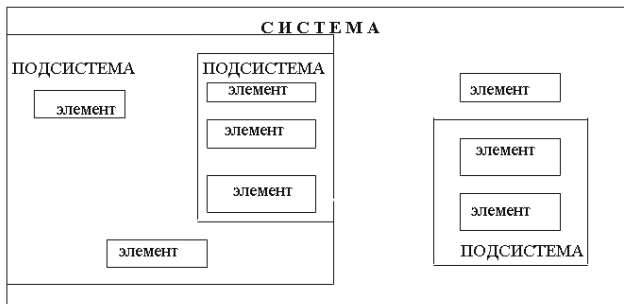


Рис. – Модель состава системы

Границы между системой и внешней средой определяются целями построения модели и не имеют абсолютного характера.

В) Модель структуры системы

Модели структуры системы наряду с характеристикой состава системы отражают взаимосвязи между объектами системы: элементами, частями, компонентами и подсистемами. Таким образом, модель структуры системы является дальнейшим развитием модели состава и еще глубже характеризует внутреннюю композицию системы.

Задача аналитика заключается в том, чтобы из множества реально существующих отношений между объектами системы отобрать наиболее существенные. Критерием существенности отношений должна выступать цель, для достижения которой строится модель.

Для решения задач системного анализа статические модели имеют важное, но, как правило, вспомогательное значение. Большинство задач системного анализа связано с изучением динамики системы – изучением изменения характеристик системы во времени, либо с анализом возможных траекторий развития и т.п.

Математическое представление динамической модели в общем случае может быть выражено системой дифференциальных, интегральных уравнений, передаточных функций, а статической – системой алгебраических уравнений.

3) По форме представления математических моделей различают инвариантную, алгоритмическую, аналитическую и графическую модели объекта проектирования [тар].

В инвариантной форме математическая модель представляется системой уравнений (дифференциальных, алгебраических) вне связи с методом решения этих уравнений.

В алгоритмической форме соотношения модели связаны с выбранным численным методом решения и записаны в виде алгоритма – последовательности вычислений.

Аналитическая модель представляет собой явные зависимости искомых переменных от заданных величин (обычно зависимости выходных параметров объекта от внутренних и внешних параметров). Такие модели получают на основе физических законов либо в результате прямого интегрирования исходных дифференциальных уравнений, используя табличные интегралы. К ним относятся также регрессионные модели, получаемые на основе результатов эксперимента.

Графическая (схемная) модель представляется в виде графов, эквивалентных схем, динамических моделей, функциональных, кинематических и алгоритмических схем, диаграмм, циклограмм и т. п. Для использования графических моделей должно существовать правило однозначного соответствия условных изображений элементов графической и компонентов инвариантной математических моделей.

Среди алгоритмических моделей выделяют *имитационные модели*, предназначенные для имитации физических и информационных процессов, протекающих в объекте при функционировании его под воздействием различных факторов внешней среды.

По характеру отображаемых свойств объекта математические модели подразделяются на функциональные и структурные.

Структурные модели отображают только структуру объектов и используются при решении задач структурного синтеза. Параметрами структурных моделей являются признаки функциональных или конструктивных элементов, из которых состоит объект и по которым один вариант структуры объекта отличается от другого. Эти параметры называют морфологическими переменными. Структурные модели имеют форму таблиц, матриц и графов. Наиболее перспективно применение древовидных графов типа И-ИЛИ-дерева.

Функциональные модели описывают процессы функционирования объектов и имеют форму систем уравнений. Они учитывают структурные и функциональные свойства объекта и позволяют решать задачи как параметрического, так и структурного синтеза.

Данный подраздел должен содержать формализованное описание стратегии решения задачи выбранным методом.

4) По способам получения функциональные математические модели делятся на теоретические и экспериментальные.

Теоретические модели получают на основе описания физических процессов функционирования объекта, а *экспериментальные* – на основе изучения поведения объекта во внешней среде, рассматривая его как «черный ящик». Эксперименты при этом могут быть *физические* (на техническом объекте или его физической модели) или *вычислительные* (на теоретической математической модели).

5) Функциональные математические модели могут быть линейные и нелинейные.

Линейные модели содержат только линейные функции переменных и их производных. Однако многие реальные системы имеют нелинейные характеристики, и их математические модели включают нелинейные функции переменных и (или) их производных.

6) по виду соотношений, которые выражают зависимости между состояниями системы и параметрами системы выделяют

детерминированные модели характеризуются взаимно однозначным соответствием между внешним воздействием на динамическую систему и ее реакцией на это воздействие.

стохастические модели – однозначно определяются лишь распределения вероятностей для состояний системы при заданных распределениях вероятностей для начальных условий.

Основные способы построения моделей – **анализ** и **синтез**.

Анализ системы состоит в декомпозиции сложного целого на менее сложные части. При анализе не создаются новые объекты, а исследуются заданные на основе изучения процессов их функционирования. Для этого проводятся вычислительные эксперименты с использованием математических моделей объектов.

Синтез системы – это создание новых вариантов, обеспечивающих заданный алгоритм функционирования и выполнение технических требований к системе.

Если определяют наилучшие в некотором смысле структуру и параметры системы, то синтез называют оптимизацией.

Тема 2. Декомпозиция систем

Модели систем как основание декомпозиции

Основной операцией анализа является разделение целого на части. Задача распадается на подзадачи, система – на подсистемы, цели – на подцели и т.д. При необходимости этот процесс повторяется, что приводит к иерархическим древовидным структурам. Обычно (если задача не носит чисто учебного характера) объект анализа сложен, слабо структурирован, плохо формализован, поэтому операцию декомпозиции выполняет эксперт. Если поручить анализ одного и того же объекта разным экспертам, то полученные древовидные списки будут различаться. Качество построенных экспертами деревьев зависит как от их компетентности, так и от применяемой методики декомпозиции [Е. Н. Живицкая «Системный анализ и проектирование»].

При разделении целого на части появляются затруднения, когда требуется доказательство полноты и безизбыточности предлагаемого набора частей. Стремясь перейти от эвристического, интуитивного подхода к более осознанному, алгоритмическому выполнению декомпозиции, мы должны объяснить, почему именно так, а не иначе, именно на такое, а не на большее или меньшее количество частей мы разделяем целое. Объяснение состоит в том, что основанием всякой декомпозиции является модель рассматриваемой системы.

Содержательная модель как основание декомпозиции

Остановимся на этом важном соображении подробнее. Операция декомпозиции представляется теперь как сопоставление объекта анализа с некоторой моделью, как выделение в нем того, что соответствует элементам взятой модели. Поэтому на вопрос, сколько частей должно получиться в результате декомпозиции, можно дать следующий ответ: столько, сколько элементов содержит модель, взятая в качестве основания. Вопрос о полноте декомпозиции – это вопрос о завершенности модели.

Пример 1.

В начале 70-х годов проводились работы по системному анализу целей развития морского флота. Первый уровень дерева целей выглядел в виде схемы.

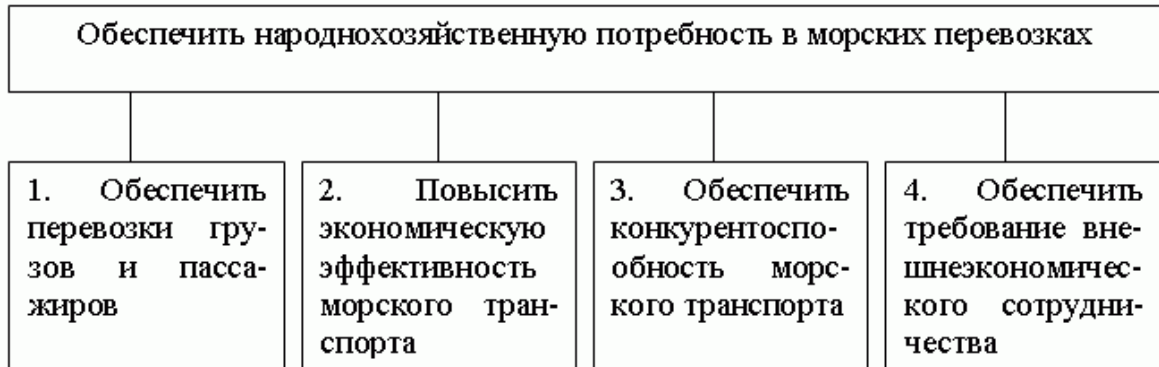


Рис.1 – Первый уровень дерева целей из примера 1

Декомпозиция проведена по модели входов организационной системы

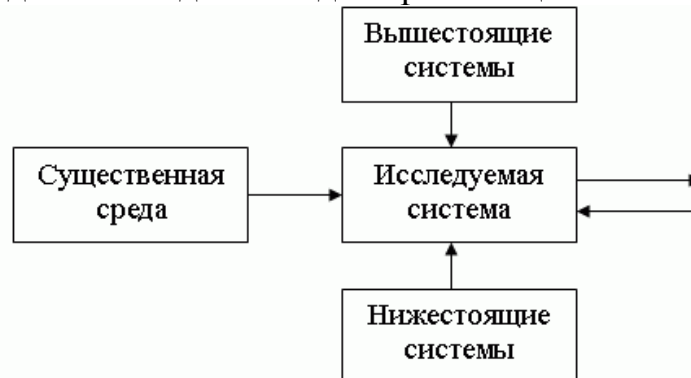


Рис.2 – Схема входов организационной системы

Модель организационной системы включает входы:

- от «нижестоящих» систем (здесь клиентуры – подцель 1);
- от «вышестоящих» систем (народного хозяйства в целом – подцель 2);
- от «существенной среды» (в данном случае от флотов капиталистических государств – подцель 3, и социалистических государств – подцель 4).

Очевидно, что такая декомпозиция неполна, поскольку отсутствует подцель, связанная с собственными интересами морского флота. Это, по-видимому, не столько ошибка экспертов-аналитиков, сколько стиль тогдашнего руководства. Через 15 лет пришлось говорить о том, что «остаточный» подход создал серьезные проблемы в работе флота в целом.

Итак, объект декомпозиции должен сопоставляться с каждым элементом модели-основания. Однако и сама модель-основание может с разной степенью детализации отображать исследуемый объект. Например, в системном анализе часто приходится использовать модель типа «жизненный цикл», позволяющую декомпонировать анализируемый период времени на последовательные этапы от его возникновения до окончания. Разбиение на этапы дает представление о последовательности действий, начиная с

обнаружения проблемы и кончая ее ликвидацией. При этом такое разбиение может быть различно.

Установив, что декомпозиция осуществляется с помощью некоторой модели, сквозь которую мы как бы рассматриваем расчленяемое целое, далее следует ответить на естественно возникающие вопросы:

1. модели какой системы следует брать в качестве основания декомпозиции?
2. какие именно модели следует брать?

Выше уже упоминалось, что основанием декомпозиции служит модель «рассматриваемой системы», но какую именно систему следует под этим понимать? Всякий анализ проводится для чего-то, и именно эта цель анализа и определяет, какую систему следует рассматривать. Система, с которой связан объект анализа, и система, по моделям которой проводится декомпозиция, не обязательно совпадают. Отношение между ними может быть любым: одна из них может быть подсистемой или надсистемой для другой, они могут быть и разными, но как-то связанными системами. Например, анализируя цель «выяснить этиологию и патогенез ишемической болезни сердца», в качестве исследуемой системы можно взять сердечно-сосудистую систему, а можно выбрать конкретный кардиологический институт. В первом случае декомпозиция будет порождать перечень подчиненных подцелей научного, а во втором – организационного характера.

Перейдем теперь к рассмотрению вопроса о том, какие модели брать за основание декомпозиции. Напомним, что при всем практически необозримом многообразии моделей формальных типов моделей немного: это модели «черного ящика», состава, структуры, конструкции (структурной схемы) – каждая в статическом или динамическом варианте.

Связь между формальной и содержательной моделями

Основанием для декомпозиции может служить только конкретная, содержательная модель рассматриваемой системы. Выбор формальной модели лишь подсказывает, какого типа должна быть модель-основание. Формальную модель следует наполнить содержанием, чтобы она стала основанием для декомпозиции. Полнота декомпозиции обеспечивается полнотой модели-основания, а это означает, что прежде всего следует позаботиться о полноте формальной модели. Именно благодаря формальности, абстрактности какой модели часто удается добиться ее абсолютной полноты.

Пример 2.

Схема входов организационной системы на рис.2. является полной: к ней нечего добавить (перечислено все, что воздействует на систему), а изъятие любого элемента лишит ее полноты.

Пример 3.

Формальный перечень типов ресурсов состоит из энергии, материи, времени, информации (для социальных систем добавляются кадры и финансы). При анализе ресурсного обеспечения этот перечень не дает пропустить что-то важное.

Пример 4.

К числу полных формальных моделей относится марксова схема любой деятельности человека, которая в «Капитале» применялась для анализа процесса труда (см.рис.3). В схеме выделены: субъект деятельности; объект, на который направлена деятельность; средства, используемые в процессе деятельности; окружающая среда; все возможные связи между ними.

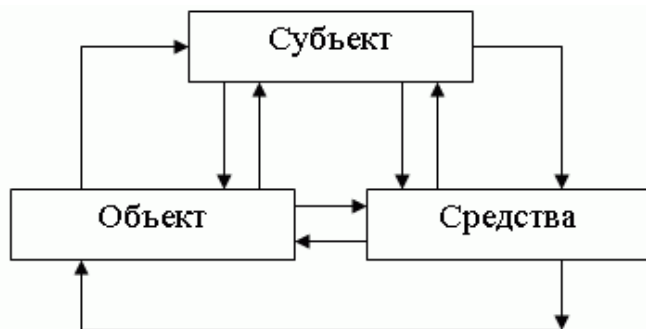


Рис.3 – Общая схема деятельности

Итак, полнота формальных моделей должна быть предметом особого внимания. Поэтому одна из важных задач информационного обеспечения системного анализа и состоит в накоплении наборов полных формальных моделей. В искусственном интеллекте такие модели носят название «фреймов».

Проблема полноты моделей

Полнота формальной модели является необходимым, но не достаточным условием для полноты декомпозиции. В конечном счете все зависит от полноты содержательной модели, которая строится по образу формальной модели, но не тождественна ей. Фрейм лишь привлекает внимание эксперта к необходимости рассмотреть, что именно в реальной системе соответствует каждому из составляющих фрейм элементов, а также решить, какие из этих элементов должны быть включены в содержательную модель. Это очень ответственный момент (ведь то, что не попадет в модель-основание, не появится в дальнейшем анализе).

Для иллюстрации вернемся к примеру 1. Фреймовая модель входов оргсистемы (см.рис.2) рекомендует, в частности, определить конкретно, что именно понимается под «существенной средой», т.е. взаимодействие с какими реальными системами не своего ведомства должно войти в основание. Судя по результату анализа, его авторы учитывали только взаимодействие морского флота с флотами других государств. Для каких-то целей этого достаточно. Но ясно также, что в других случаях может потребоваться учет взаимодействия с сухопутным транспортом, речным и воздушным флотами. Если возникнет вопрос о ресурсах, то потребуются учет связей с ведомствами, производящими топливо и энергию, продукты питания, всевозможную технику, услуги и т.д. Таким образом вопрос достаточной детализации содержательных моделей в отличие от фреймовых всегда остается открытым. Чтобы сохранить полноту и возможность расширения содержательной модели, можно рекомендовать осуществлять логическое замыкание перечня ее элементов компонентой «все остальное». Ее присутствие будет постоянно напоминать эксперту, что, возможно, он не учел что-то важное.

Алгоритмизация процесса декомпозиции

Рассмотрим рекомендации по осуществлению всего многоступенчатого процесса декомпозиции.

Компромиссы между полнотой и простотой

Начнем с обсуждения требований к древовидной структуре, которая получится как итог работы по всему алгоритму. С количественной стороны эти требования сводятся к двум противоречивым принципам:

полноты (проблема должна быть рассмотрена максимально всесторонне и подробно);

простоты (все дерево должно быть максимально компактным – «вширь» и «вглубь»).

Эти принципы относятся к количественным характеристикам (размерам) дерева. Компромиссы между ними вытекают из качественного требования – главной цели: свести сложный объект анализа к конечной совокупности простых подобъектов либо (если это не удастся) выяснить конкретную причину неустранимой сложности.

Принцип простоты требует сокращать размеры дерева. Мы уже знаем, что размеры «вширь» определяются числом элементов модели, служащей основанием декомпозиции. Поэтому принцип простоты вынуждает брать как можно более компактные модели-основания. Наоборот, принцип простоты заставляет брать как можно более развитые, подробные модели. Компромисс достигается с помощью понятия «существенности»: в модель-основание включаются только компоненты, существенные по отношению к цели анализа. Как видим, это понятие неформальное, поэтому решение вопроса о том, что же является в данной модели существенным, а что – нет, возлагается на эксперта.

Перейдем теперь к вопросу о размерах дерева «вглубь», т.е. о числе «этажей» дерева, числе уровней декомпозиции. Принцип полноты требует, чтобы в случае необходимости можно было продолжать декомпозицию до тех пор, когда она приведет к получению результата (подцели, подфункции, подзадачи и т.д.), не требующего дальнейшего разложения, т.е. результата простого, понятного, реализуемого, называемого элементарным.

Неэлементарный фрагмент подлежит дальнейшей декомпозиции по другой модели-основанию. На этом этапе рекомендуется введение новых элементов в модель-основание и продолжении декомпозиции по ним. Поскольку новые существенные элементы могут быть получены только расщеплением уже имеющихся, в алгоритме декомпозиции должна быть заложена и возможность возврата к использованным ранее основаниям. Указанная итеративность алгоритма декомпозиции придает ему варибельность, возможность пользоваться моделями различной детальности на разных ветвях, углублять детализацию.

Алгоритм декомпозиции

Алгоритм декомпозиции представлен на рисунке 4 в виде блок-схемы. К тому, что было уже сказано об изображаемых блоками операциях алгоритма, добавим следующее.

Блок 1. Объектом анализа может быть что угодно – любое высказывание, раскрытие смысла которого требует его структурирования. На определение объекта анализа затрачиваются весьма значительные усилия. Формулировка глобальной цели системы, как правило, требует неоднократного уточнения и согласования. От правильного выбора объекта анализа зависит, действительно ли мы будем делать то, что нужно.

Блок 2. Этот блок определяет, зачем нужно то, что мы будем делать. В качестве целевой системы выступает система, в интересах которой осуществляется весь анализ. Более формального определения целевой системы дать нельзя – многое зависит от конкретных условий.

Блок 3. Этот блок содержит набор фреймовых моделей и рекомендуемые правила их перебора либо обращение к эксперту с просьбой самому определить очередной фрейм.

Блок 4. Содержательная модель, по которой будет произведена декомпозиция, строится экспертом на основании изучения целевой системы. Хорошим подспорьем

ему могут служить различные классификаторы, построенные в различных областях знаний.

Блоки 5-10 были достаточно пояснены ранее.

Блок 11. Окончательный результат анализа оформляется в виде дерева, конечными фрагментами ветвей которого являются либо элементарные фрагменты, либо фрагменты, признанные экспертом сложными, но не поддающиеся дальнейшему разложению. Причины такой сложности могут состоять либо в ограниченности знаний данного эксперта (сложность из-за неинформированности), либо в том, что нужные знания существуют, но еще не объединены в объясняющие модели (сложность из-за непонимания), либо в принципиальном отсутствии нужных знаний (сложность из-за незнания).

Блок-схема, изображенная на рис.4, является, конечно, слишком укрупненной. Она предназначена для разъяснения лишь основных идей алгоритма декомпозиции.

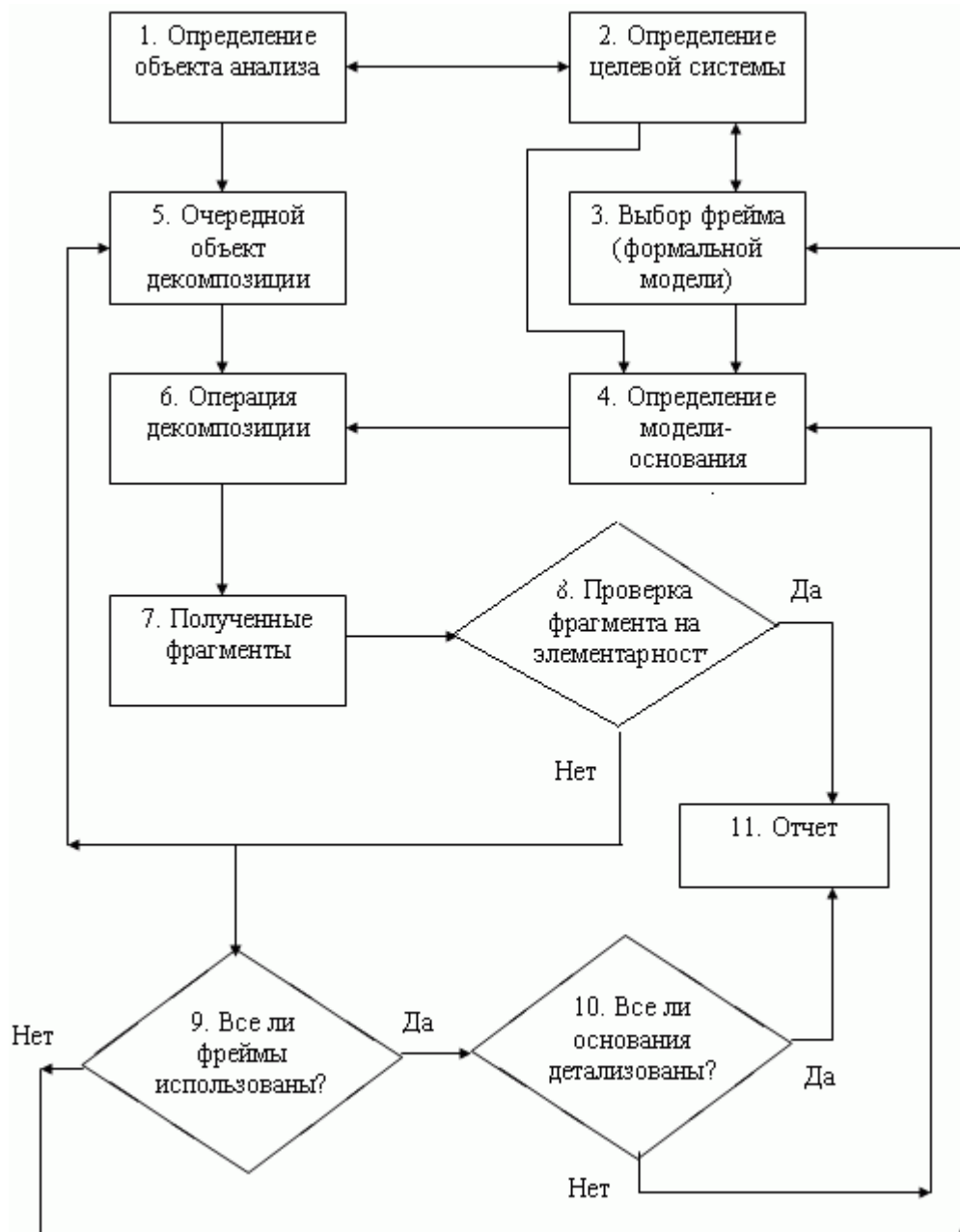


Рис.4 – Укрупненная схема алгоритма декомпозиции

Агрегирование, эмерджентность, внутренняя целостность системы

Операцией, противоположной декомпозиции, является операция агрегирования, т.е. объединение нескольких элементов в единое целое. Необходимость агрегирования

может вызываться различными целями и сопровождаться разными обстоятельствами, что приводит к различным способам агрегирования. Результат агрегирования называют агрегатом. У всех агрегатов есть одно общее свойство, получившее название эмерджентность. Это свойство присуще всем системам, и ввиду его важности остановимся на нем подробнее.

Будучи объединенными, взаимодействующие элементы образуют систему, которая обладает не только внешней целостностью, обособленностью от окружающей среды, но и внутренней целостностью, природным единством. Если внешняя целостность отображается моделью «черного ящика», то внутренняя целостность связана со структурой системы. Наиболее яркое проявление целостности системы состоит в том, что свойства системы не являются только суммой свойств ее составных частей. Система есть нечто большее, система в целом обладает такими свойствами, которых нет ни у одной из ее частей, взятой в отдельности. Модель структуры подчеркивает главным образом связанность элементов, их взаимодействие. Мы же стремимся сейчас сделать акцент на том, что при объединении частей в целое возникает нечто качественно новое, такое, чего не было и не могло быть без этого объединения. Рассмотрим пример проявления этого свойства.

Пусть имеется некоторый цифровой автомат S , преобразующий любое целое число на его входе в число, на единицу большее входного. Если соединить два таких автомата последовательно в кольцо, то в полученной системе обнаружится новое свойство: она генерирует возрастающие последовательности на входах A и B , причем одна из этих последовательностей состоит только из четных, другая – только из нечетных чисел.

Эмерджентность как результат агрегирования

Такое «внезапное» появление новых качеств у системы и дало основание присвоить этому их свойству название эмерджентности. Английский термин «emergence» означает возникновение из ничего, внезапное появление, неожиданную случайность. Однако сам термин имеет обманчивый смысл. Какие бы удивительные свойства ни возникали при объединении элементов в систему, ничего мистического, взявшегося «ниоткуда», здесь нет: новые свойства возникают благодаря конкретным связям между конкретными элементами. Другие связи дадут другие свойства, не обязательно столь же очевидные. Например, параллельное соединение тех же автоматов (см.рис.1,в) ничего не изменяет в арифметическом отношении, но увеличивает надежность вычислений.

Свойство эмерджентности признано и официально: при государственной экспертизе изобретений патентноспособным признается и новое, ранее неизвестное соединение хорошо известных элементов, если при этом возникают новые полезные свойства.

Надо отметить, что чем больше отличаются свойства совокупности от суммы свойств элементов, тем выше организованность системы. Кибернетик У.Эшби показал, что «у системы тем больше возможностей в выборе поведения, чем сильнее степень согласованности поведения ее частей». Это утверждение легко доказывается на примере системы, состоящей из p частей, каждая из которых может находиться в любом из s состояний (p и s конечны).

Будем исходить из того, что система полностью согласована, если возможен неслучайный переход между любыми двумя ее состояниями. Считая, что каждая из p частей полностью согласована, получим, что число возможных переходов (т.е. число возможностей в выборе поведения) для каждой из частей равно ss . Объединение p частей в одну систему приводит к тому, что число k возможных состояний становится равным sp . Однако теперь возможность перейти от одного произвольного состояния к другому

неслучайным образом зависит от того, насколько согласованы между собой части системы. Рассмотрим два крайних случая. При полном согласовании частей число возможных переходов равно k^k . Если же система состоит из p несвязанных частей, то число возможных переходов есть $(S^s)^p = (S^p)^s = k^s$

Так как $s < k$, то $k^s < k^k$, что и доказывает приведенное утверждение.

Итак, агрегирование частей в единое целое приводит к появлению новых качеств, не сводящихся к качествам частей в отдельности. Это свойство и является проявлением внутренней целостности систем, или, как еще говорят, системообразующим фактором. Новые качества систем определяются в очень сильной степени характером связей между частями и могут варьироваться в весьма широком диапазоне – от полного согласования до полной независимости частей.

Виды агрегирования

Как и в случае декомпозиции, техника агрегирования основана на использовании определенных моделей исследуемой или проектируемой системы. Именно избранные нами модели жестко определяют, какие части должны войти в состав системы (модель состава) и как они должны быть связаны между собой (модель структуры). Разные условия и цели агрегирования приводят к необходимости использовать разные модели, что в свою очередь определяет как тип окончательного агрегата, так и технику его построения.

В самом общем виде агрегирование можно определить как установление отношений на заданном множестве элементов. Благодаря значительной свободе выбора в том, что именно рассматривается в качестве элемента, как образуется множество элементов и какие отношения устанавливаются на этом множестве, получается весьма обширное количество и качественно разнообразное множество задач агрегирования. Мы рассмотрим лишь основные агрегаты, типичные для системного анализа: конфигуратор, агрегаты-операторы и агрегаты-структуры.

Конфигуратор

Всякое действительно сложное явление требует разностороннего, многопланового описания, рассмотрения с различных точек зрения. Только совместное (агрегированное) описание в терминах нескольких качественно различающихся языков позволяет охарактеризовать явление с достаточной полнотой. Например, автомобильная катастрофа должна рассматриваться не только как физическое явление, вызванное механическими причинами, но и как явление медицинского, социального, юридического характера. В реальной жизни не бывает проблем чисто физических, химических, экономических, общественных или даже системных эти термины обозначают не саму проблему, а выбранную точку зрения на нее.

Эта многоплановость реальной жизни имеет важные последствия для системного анализа. С одной стороны, системный анализ имеет междисциплинарный характер. Системный аналитик готов вовлечь в исследование системы данные из любой отрасли знаний, привлечь эксперта любой специальности, если этого потребуют интересы дела. С другой стороны, перед ним встает неизбежный вопрос о допустимой минимизации описания явления. Если при декомпозиции этот вопрос решался компромиссно с помощью понятия существенности, то при агрегировании этот вопрос обостряется: риск неполноты становится недопустимым, поскольку при неполноте речь может идти вообще не о том, что мы имеем в виду. Напротив, риск переопределения связан с большими излишними затратами.

Приведенные соображения приводят к понятию агрегата, состоящего из качественно различных языков описания системы и обладающего тем свойством, что число

этих языков минимально, но необходимо для заданной цели. Такой агрегат часто называют конфигуратором. Продемонстрируем смысл этого понятия на примерах.

Пример 1

Конфигуратором для задания любой точки n -мерного пространства является совокупность ее координат. Обратим внимание на эквивалентность разных систем координат (разных конфигураторов) и на предпочтительность ортогональных систем, дающих независимое описание на каждом «языке» конфигуратора.

Пример 2

Конфигуратором для описания поверхности любого трехмерного тела на «плоскостных» языках является совокупность трех ортогональных проекций, принятая в техническом черчении и начертательной геометрии. Обратим внимание на невозможность уменьшения числа проекций и на избыточность большего числа «точек зрения».

Пример 3

В радиотехнике для одного и того же прибора используется конфигуратор: блок-схема, принципиальная схема, монтажная схема.

Подчеркнем, что главное в конфигураторе не то, что анализ объекта должен производиться на каждом языке конфигуратора отдельно (это разумеется само собой), а то, что синтез, проектирование, производство и эксплуатация прибора возможны при наличии всех трех его описаний. Этот пример дает возможность подчеркнуть еще и зависимость конфигуратора от поставленных целей. Например, если кроме целей производства мы будем преследовать и цели сбыта, то в конфигуратор радиоаппаратуры придется включить и язык рекламы, позволяющий описать потребительские качества прибора.

Пример 4

Опыт проектирования организационных систем показывает, что для синтеза организационной системы конфигуратор состоит из описания распределения власти (структуры подчиненности), распределения ответственности (структура функционирования) и распределения информации (организация связи и памяти систем, накопления опыта, обучения, истории). Все три структуры не обязаны совпадать топологически, хотя связывают одни и те же части системы.

Заметим, что конфигуратор является содержательной моделью высшего возможного уровня. Перечислив языки, на которых мы будем говорить о системе, мы тем самым определяем, синтезируем тип системы, фиксируем наше понимание природы системы. Как всякая модель конфигуратор имеет целевой характер и при смене цели может утратить свойства конфигуратора. Как каждая модель, конфигуратор в простых случаях очевидно адекватен, в то время как адекватность в других случаях подтверждает практика.

Агрегаты-операторы

Одна из наиболее частых ситуаций, требующих агрегирования, состоит в том, что совокупность данных, с которыми приходится иметь дело, слишком многочисленны, плохо обозрима, с этими данными трудно «работать». Именно интересы работы с многочисленной совокупностью данных приводят к необходимости агрегирования. В данном случае на первый план выступает такая особенность агрегирования, как уменьшение размерности: агрегат объединяет части в нечто целое, единое, отдельное.

Простейший способ агрегирования состоит в установлении отношения эквивалентности между агрегируемыми элементами, т.е. образования классов. Отметим, что классификация является очень важным и многофункциональным, многосторонним явлением в человеческой практике вообще и в системном анализе в частности. С практической точки зрения одной из важнейших является проблема определения, к какому

классу относится данный конкретный элемент. Все свидетельствует о том, что агрегирование в классы является эффективной, но далеко не тривиальной процедурой. Если представить класс как результат действия агрегата-оператора, то такой оператор имеет вид «ЕСЛИ <условия на агрегируемые признаки>, ТО <имя класса>».

Другой тип агрегата-оператора возникает, если агрегируемые признаки фиксируются в числовых шкалах. Тогда появляется возможность задать отношение на множестве признаков в виде числовой функции многих переменных, которая и является агрегатом. Свобода выбора в задании функции, агрегирующей переменные, является кажущейся, если этой функции придается какой-то реальный смысл. Редкий пример однозначности агрегата-функции дает стоимостной анализ экономических систем. Если все участвующие факторы удастся выразить в терминах денежных расходов и доходов, то агрегат оказывается их алгебраической суммой. Вопрос состоит лишь в том, в каких случаях можно использовать этот агрегат, не обращаясь к другим системам ценностей, а когда следует вернуться к конфигуратору, включающему не только финансовые критерии, но и политические, моральные, экологические и т.д.

Важный пример агрегирования данных дает статистический анализ. Среди различных агрегатов, называемых в этом случае статистиками, т.е. функциями выборочных значений, особое место занимают достаточные статистики. Достаточные статистики – это такие агрегаты, которые извлекают всю полезную информацию об интересующем нас параметре из совокупности наблюдений. Однако при агрегировании обычно потери информации неизбежны, и достаточные статистики являются в этом отношении исключением. В таких случаях становятся важными оптимальные статистики, т.е. позволяющие свести неизбежные в этих условиях потери к минимуму в некотором заданном смысле. Наглядный пример статистического агрегирования представляет собой факторный анализ, в котором несколько переменных сводятся в один фактор. Именно потому, что при рассмотрении реальных данных самым важным является построение модели-агрегата при отсутствии информации, необходимой для теоретического анализа статистики, Тьюки предложил назвать эту область «анализом данных», оставляя за математической статистикой задачи алгоритмического синтеза и теоретического анализа статистик.

Агрегаты-структуры

Важной (а на этапе синтеза – важнейшей) формой агрегирования является образование структур. К тому, что о моделях структур уже было сказано, необходимо добавить следующее. Как и любой вид агрегата, структура является моделью системы и, следовательно, определяется тройственной совокупностью: объекта, цели и средств моделирования. Это и объясняет многообразие типов структур (сети, матрицы, деревья и т.п.) возникающих при выявлении, описании структур (познавательные модели).

При синтезе мы создаем, определяем, навязываем структуру будущей, проектируемой системе. Если это не абстрактная, а реальная система, то в ней вполне реально возникнут, установятся и начнут «работать» не только те связи, которые мы спроектировали, но и множество других, не предусмотренных нами, вытекающих из самой природы сведенных в одну систему элементов. Поэтому при проектировании системы важно задать ее структуру во всех существенных отношениях, так как в остальных отношениях структуры сложатся сами, стихийным образом. Совокупность всех существенных отношений определяется конфигуратором системы, и отсюда вытекает, что «проект любой системы должен содержать разработку стольких структур, сколько языков включено в ее конфигуратор». Например, проект организационной системы должен содержать структуры распределения власти, распределения ответственности и распреде-

ления информации. Подчеркнем, что хотя эти структуры могут сильно отличаться топологически, они лишь с разных сторон описывают одну и ту же систему и, следовательно, не могут быть не связаны между собой.

Тема 3. Методология решения неструктуризованных проблем

Общая характеристика методов экспертных оценок

Методы экспертных оценок применяются в тех случаях, когда математическая формализация проблем либо невозможна в силу их новизны и сложности, либо требует больших затрат времени и средств. Общим для всех методов экспертных оценок является обращение к опыту, указанию и интуиции специалистов, выполняющих функции экспертов.

Методы экспертных оценок – это методы организации работы со специалистами-экспертами и обработки мнений экспертов с помощью математико-статистических методов. Эти мнения обычно выражены частично в количественной, частично в качественной форме. Экспертные исследования проводят с целью подготовки рабочей группой информации для ЛПР – лица, принимающего решение.

Эксперты (от латинского "*expertus*" - опытный) – это лица, обладающие знаниями и способные высказать аргументированное мнение по изучаемому явлению.

Экспертиза – это процедура получения оценок от экспертов.

Методы экспертных оценок включают в себя три составляющие.

1. *Интуитивно-логический анализ задачи.* Строится на логическом мышлении и интуиции экспертов, основан на их знании и опыте. Этим объясняется высокий уровень требований, предъявляемых к экспертам.

2. *Решение и выдача количественных или качественных оценок.* Эта процедура представляет собой завершающую часть работы эксперта. Им формируется решение по рассматриваемой проблеме и дается оценка ожидаемых результатов.

3. *Обработка результатов решения.* Полученные от экспертов оценки должны быть обработаны с помощью математико-статистических методов с целью получения итоговой оценки проблемы. В зависимости от поставленной задачи изменяется количество выполняемых на этом этапе расчетных и логических процедур. Для обеспечения оперативности и минимизации ошибок на данном этапе целесообразно использование вычислительной техники.

Методы экспертных оценок достаточно успешно применяются в следующих ситуациях:

- 1 выбор целей и тематики научных исследований
- 2 выбор вариантов сложных технических и социально-экономических проектов и программ
- 3 построение и анализ моделей сложных объектов
- 4 построение критериев в задачах векторной оптимизации
- 5 классификация однородных объектов по степени выраженности какого-либо свойства
- 6 оценка качества продукции и новой техники
- 7 принятие решений в задачах управления производством
- 8 перспективное и текущее планирование производства, НИР и ОКР
- 9 научно-техническое и экономическое прогнозирование и т.д. и т.п.

Классификация методов экспертных оценок

Все методы экспертных оценок можно разбить на 2 класса:

- **индивидуальные** методы,
- **групповые** методы.

Индивидуальные методы экспертных оценок

Экспертные методы, относящиеся к **первой группе**, предполагают индивидуальную работу исследователей с каждым из привлеченных экспертов. Иногда может быть задействован и один эксперт, если его квалификации достаточно для снятия информационной неопределенности по проблеме.

Индивидуальность заключается в том, что эксперты не собираются вместе, не знакомятся с оценками других экспертов, разных экспертов могут опрашивать относительно разных аспектов одной проблемы, также могут быть различны и процедуры опроса разных экспертов.

Чаще всего при индивидуальном экспертном опросе используются следующие методы:

1. Стандартизированный экспертный опрос. Данный метод требует от исследовательской команды предварительного четкого структурирования проблемы и определения перечня всех вопросов, на которые должны быть получены однозначные ответы. Для реализации опроса разрабатывается анкета с предложением вариантов ответа.

Метод предполагает высокую квалификацию специалистов-исследователей на этапе постановки задачи и планирования исследования, однако весьма прост в части организации и проведения опроса, а также в части обработки полученной информации. Одно из основных требований – использование общепринятого профессионального языка, однозначность трактовки используемых терминов.

2. Нестандартизированный экспертный опрос. Метод представляет собой личное интервью с экспертом по определенной проблеме.

Степень формализации интервью может быть различной. Низкий уровень формализации опроса – неформальная беседа, для которой определяется только тема, а далее эксперт сам решает, как ее освещать (исследователь при этом задает уточняющие или наводящие вопросы). Высокий уровень формализации предполагает разработку четко структурированного опросника с вопросами открытого типа. Данный метод по сравнению с предыдущим более сложен как на этапе проведения опроса (требует высокой квалификации исследователя-интервьюера), так и на этапе интерпретации полученной информации.

3. Метод "индивидуального блокнота". Метод представляет собой заочную работу эксперта без непосредственного общения с исследователями. Эксперт получает блокнот с описанием проблемы, и затем в течение определенного периода времени заносит в этот блокнот все свои мысли, идеи, замечания, касающиеся поставленной задачи, после чего сдает блокнот исследователям. Существенную сложность представляет последующая обработка информации и ее интерпретация. Метод требует значительного вовлечения эксперта и, следовательно, предполагает высокий уровень оплаты его труда.

В отличие от индивидуальных **групповые методы** предполагают коллективную работу экспертов (очную или заочную), они требуют согласования мнений всех экспертов и разработку общего экспертного вывода на основе консенсуса. Групповые методы предпочтительнее с точки зрения повышения надежности экспертизы, однако, они весьма сложны по подготовке и проведению. Требуются высококвалифицированные специалисты для разработки процедуры группового взаимодействия. Далекое не всегда удается собрать в одно время и в одном месте необходимое количество экспертов, отвечающих нужным требованиям.

Групповые методы формирования экспертизы в зависимости от характера и направленности обсуждения подразделяют на **аналитические** и **креативные**. **Аналитические** методы нацелены преимущественно на исследование характеристик изучаемого объекта. **Креативные** имеют своей целью коллективную генерацию идей или выработку решения проблемы.

Соответствующим образом классифицируют и экспертные группы:

- обсуждающие группы (основная цель работы аналитическая),
- созидательные группы (основная цель креативная).

Групповые методы формирования экспертизы весьма разнообразны, опишем основные из них:

1. Метод номинальных групп. Метод представляет собой некую переходную разновидность от индивидуального опроса к групповому. Сначала производится индивидуальный опрос одних экспертов, а затем результаты данных интервью так же автономно и независимо друг от друга обсуждаются другими экспертами. Эксперты могут выразить согласие или несогласие с ранее прозвучавшими мнениями, необходимо, чтобы критика или выражение солидарности были четко аргументированы.

2. Мозговой штурм. Метод представляет собой совместное очное обсуждение проблемы группой экспертов. Метод реализуется в два этапа. Первый этап носит название "конференции идей", длится примерно 1,5-2 часа. Эксперты выдвигают различные идеи, самые разные, в том числе и "бредовые", главенствует принцип: чем больше идей, тем лучше. Идеи протоколируются, записываются на магнитофон или видеокамеру, но не обсуждаются, не критикуются. На втором этапе мозгового штурма проводится анализ высказанных идей. Обычно из 100 идей 30 заслуживают дальнейшей проработки, из 5-6 дают возможность сформулировать прикладные проекты, а 2-3 оказываются в итоге приносящими полезный эффект - прибыль, повышение экологической безопасности, оздоровление окружающей природной среды и т.п.

Окончательный вердикт по проблеме может быть принят путем явного или неявного голосования.

3. Метод "6 3 5". Метод представляет собой достаточно формализованную вариацию метода мозгового штурма. Этот метод подразумевает следующую регламентацию работы экспертной команды: в группу входят 6 человек, каждый из которых в течение 5 минут должен выдвинуть три предложения или гипотезы по поводу анализируемой ситуации. Идеи каждого эксперта заносятся в специальные формуляры, которые передаются по кругу. После того как были рассмотрены все аспекты поставленной задачи и все эксперты получили возможность высказаться, происходит обсуждение и оценка решений и выбор наиболее верного.

4. Критическая атака. Метод также представляет собой вариацию метода мозгового штурма, принципиальное отличие – в критической направленности обсуждения.

На первом этапе каждый участник экспертной группы предлагает с подробной аргументацией свое решение поставленной задачи или свою версию развития событий (при прогнозе).

Далее каждый эксперт должен ознакомиться с мнениями своих коллег и найти и аргументировать в предлагаемых решениях максимально возможное число недостатков.

На следующем этапе эксперты собираются вместе и по очереди обсуждают все выдвинутые решения. Задача каждого автора – отстоять свою версию решения, задача оппонентов – раскритиковать ее.

По итогам дискуссии эксперты выбирают то решение, которое вызвало меньше всего нареканий и было наиболее обоснованным.

5. Метод интеграции решений. Метод заключается в выработке совместного решения проблемы на основе выявления сильных сторон отдельных решений и их объединения.

На первом этапе экспертам предлагается задача, и они рассматривают и решают ее независимо друг от друга.

Затем в заранее подготовленный формуляр эксперты вносят свои индивидуальные решения (т.е. трактовку анализируемой ситуации или прогноз развития событий).

На следующем этапе эксперты совместно обсуждают задачу и все предложенные решения с целью выявить сильные стороны каждого отдельного решения, которые также фиксируются в формуляре. При этом возможны вариации – либо каждое решение презентуется автором и подробно аргументируется, либо соблюдается анонимность решений, чтобы избежать давления авторитетов.

После того как обсуждены все решения и определены сильные стороны каждого из них, вырабатывается синтезированное решение на основе комбинирования преимуществ отдельных решений.

6. Деловая игра. Метод может быть реализован в разных формах. Наиболее распространенная форма – моделирование анализируемых процессов и/или будущего развития прогнозируемого явления в разных вариантах и рассмотрение полученных данных. Разработка процедуры проведения деловой игры – достаточно сложная задача, и ей должно быть уделено серьезное внимание. Должны быть четко определены и формально описаны следующие элементы игры: цели и задачи, роли участников, сюжет и регламент. Важным этапом любой деловой игры является рефлексия – разбор хода игры, подведение итогов и анализ результатов моделирования исследуемого явления.

7. "Консилиум". Эксперты исследуют проблему подобно тому, как врачи обследуют пациента: определяются "симптомы" проявления проблемы, вскрываются причины возникновения проблемы, производится анализ, ставится "диагноз", и дается прогноз развития ситуации.

8. "Коллективный блокнот". Метод в основе своей аналогичен "индивидуальному блокноту", однако в данном случае блокноты получают несколько экспертов, каждый из которых знает, что он является участником экспертной группы. Далее каждый эксперт работает со своим блокнотом в течение определенного времени (при этом также возможно, что разные эксперты сосредотачиваются на разных сторонах проблемы). Второй этап реализации экспертизы заключается в том, что блокноты собираются, информация систематизируется (исследовательской командой или руководителем экспертной группы) и далее в очном совместном обсуждении эксперты приходят к решению проблемы.

9. Метод Дельфи. Метод представляет собой заочный и анонимный опрос экспертной группы в несколько туров до тех пор, пока не получают приемлемую сходимость в суждении экспертов. Экспертам предлагаются опросные листы по исследуемой проблеме. Степень стандартизованности вопросов может быть различна (они могут быть как закрытыми, так и открытыми, подразумевать как количественный, так и качественный ответ). Возможны вариации и в плане аргументации и обоснования экспертных оценок (что может быть обязательным или нет).

Как правило, метод Дельфи реализуется в 2-3 тура, причем при повторных опросах экспертам предлагается ознакомиться либо с мнениями и аргументами каждого эксперта, либо со средней оценкой. На повторных турах эксперты могут поменять свою оценку, приняв во внимание аргументы коллег, а могут остаться при прежнем мнении и высказать обоснованную критику других оценок. Существуют различные методики согласования экспертных оценок (с учетом (или без) квалификации экспертов (как весовых коэффициентов), с отбрасыванием (или без) крайних оценок и другие). Метод Дельфи имеет весьма существенные достоинства, которые иногда делают его незаменимым. Во-первых, заочность и анонимность позволяют избежать конформизма или ориентации на авторитеты, что могло бы возникнуть, если бы экспертов собрали вместе и они должны были бы обнародовать свое мнение. Во-вторых, эксперты имеют возможность изменить свое мнение без риска "потерять лицо".

Название *метода "Дельфи"* дано по ассоциации с древним обычаем для получения поддержки при принятии решений обращаться в Дельфийский храм. Он был расположен у выхода ядовитых вулканических газов. Жрицы храма, надышавшись отравы, начинали пророчествовать, произнося непонятные слова. Специальные "переводчики" - жрецы храма толковали эти слова и отмечали на вопросы пришедших со своими проблемами паломников. По традиции говорят, что Дельфийский храм находился в Греции. Но там нет вулканов. Видимо, он был в Италии – у Везувия или Этны.

В США в 1960-х годах методом Дельфи называли экспертную процедуру прогнозирования научно-технического развития. В первом туре эксперты называли вероятные даты тех или иных будущих свершений. Во втором туре каждый эксперт знакомился с прогнозами всех остальных. Если его прогноз сильно отличался от прогнозов основной массы, его просили пояснить свою позицию, и часто он изменял свои оценки, приближаясь к средним значениям. Эти средние значения и выдавались заказчику как групповое мнение.

Средняя стоимость экспертного исследования по методу Дельфи - 5 тыс. долларов США, но в ряде случаев приходилось расходовать и более крупные суммы - до 130 тыс. долларов. У нас такого нет – возможно, потому, что у нас принято продавать то, что производят, а не то, что пользуется спросом.

10. Метод SWOT-анализа (strong, weak, opportunities, threatening). Он получил такое название по первым буквам четырех английских слов, которые в русском переводе означают: Сильные и Слабые стороны, Возможности и Угрозы.

На первом этапе проводится распределение факторов, характеризующих предмет исследования по этим четырем составляющим с учетом принадлежности этого фактора к классу внешних или внутренних факторов. В результате появляется картина соотношения сильных и слабых сторон, возможностей и опасностей, которая показывает реальное положение дел, состояние проблемы и характер ситуации.

На втором этапе проводится сравнительный анализ сильных сторон и благоприятных возможностей, который должен показать, как использовать сильные стороны. Вместе с тем анализируются и слабые стороны относительно существующих опасностей.

Метод парных сравнений

Метод предусматривает использование эксперта, который проводит оценку целей. Z_1, Z_2, Z_n .

Согласно методу осуществляются парные сравнения целей во всех возможных сочетаниях. В каждой паре выделяется наиболее предпочтительная цель. И это предпочтение выражается с помощью оценки по какой-либо шкале. Обработка матрицы оценок позволяет найти веса целей, характеризующие их относительную важность.

Одна из возможных модификаций метода состоит в следующем:

1. составляется матрица бинарных предпочтений, в которой предпочтение целей выражается с помощью булевых переменных;
2. определяется цена каждой цели путем суммирования булевых переменных по соответствующей строке матрицы.

Пример

эксперт проводит оценку 4-х целей, которые связаны с решением транспортной проблемы:

- Z_1 – построить метрополитен
- Z_2 – приобрести 2-хэтажный автобус
- Z_3 – расширить транспортную сеть
- Z_4 – ввести скоростной трамвай

Составим матрицу бинарных предпочтений:

Z_i/Z_j	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
Z_1		1	1	1
Z_2	0		0	0
Z_3	0	1		1
Z_4	0	1	0	

Определим цену каждой цели (складываем по строкам)

$$C_1 = 3; C_2 = 0; C_3 = 2; C_4 = 1$$

Эти числа уже характеризуют важность объектов. Нормируем, т.к. этими числами не удобно пользоваться.

Исковые веса целей.

$$v_1 = 3/6 = 0,5; v_2 = 0; v_3 = 0,33; v_4 = 0,17$$

Проверка: сумма v_i должна равняться 1.

Получаем следовательно порядок предпочтения целей:

$$Z_1, Z_3, Z_4, Z_2$$

Метод последовательных сравнений

В ИТК есть программа, которая реализует этот метод. Типичная задача из области проектирования. Одна из возможных модификаций метода состоит в следующем:

1. Все цели располагаются в виде массива в порядке убывания их важности и назначаются предварительные оценки целей. При этом первая цель массива получает оценку 100, а остальным целям ставятся в соответствие оценки, отражающие их важность.

2. Первая цель массива сравнивается со всеми возможными комбинациями ниже стоящих целей по 2. В случае необходимости оценка первой цели корректируется. Вторая цель массива сравнивается со всеми возможными комбинациями ниже стоящих целей по 2. В случае необходимости оценка 2-ой цели корректируется и т.д.

3. Производится запись скорректированных оценок и расчет на их основе весов целей.

Пример

Эксперт проводит оценку 4-х целей, которые связаны с решением транспортной проблемы (см.2.3).

Расположим цели в виде массива и назначим предварительные оценки Z_1, Z_3, Z_4, Z_2 (я расположил это по интуиции). Выставляем баллы: $p_1 = 100, p_3 = 60, p_4 = 40, p_2 = 10$

Выполним сравнение целей и корректировку их оценок

$$Z_1(Z_3 \& Z_4)$$

$$Z_1(Z_3 \& Z_2)$$

$$Z_1(Z_4 \& Z_2)$$

$$Z_3(Z_4 \& Z_2)$$

(т.е. цель Z_1 сравниваем с комбинацией Z_3 и Z_4)...

Я считаю, что построить метрополитен лучше, чем 3 и 4, но 3+4 дают 100, поэтому корректируем оценки: $p_1 = 125; p_3 = 60;$

Запишем скорректированные оценки и вычислим веса целей:

$$p_1 = 125; p_3 = 60; p_4 = 40; p_2 = 10;$$

$$v_1 = 125/\text{сумма всех оценок} = 0,54; v_3 = 0,25; v_4 = 0,17; v_2 = 0,04$$

сумма v_i должна равняться 1.

Получаем следовательно порядок предпочтения целей: Z_1, Z_3, Z_4, Z_2

Метод взвешивания экспертных оценок

Постановка задачи:

Пусть имеется m Экспертов: $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_m$, которые характеризуются оценками компетентности: R_1, R_2, \dots, R_m .

Каждый эксперт независимо от других экспертов проводит оценку целей. Z_1, Z_2, \dots, Z_n .

В результате m независимых экспертиз получена матрица весов целей V_p :

$Э_i/Z_i$	Z_1	Z_2	...	Z_n
$Э_1$	\square_{11}	\square_{12}	...	\square_{1n}
$Э_2$	\square_{21}	\square_{22}	...	\square_{2n}
...
$Э_m$	\square_{m1}	\square_{m2}	...	\square_{mn}

Компетентность экспертов зависит от множества факторов:

- занимаемой должности;
- ученой степени;
- ученого звания;
- опыта практической работы;
- числа научных трудов;
- знания достижений науки и техники;
- понимания проблем и перспектив развития и др.

Если учитывать только 2 первых фактора, то можно предложить матрицу оценок компетентности экспертов.

Занимаемая должность	(R_j)			
	специалист без степени	кандидат наук	доктор наук	академик
Ведущий инженер	1	–	–	–
С.Н.С., Н.С., М.Н.С.	1	1,5	–	–
Гл. Н.С., вед. Н.С.	–	2,25	3	–
Зав. лабораторией, сектора	2	3	4	6
Зав. отдела, заместитель	2,5	3,75	5	7,5
Руководитель комплекса, отделения	3	4,5	6	9
Директор, заместитель	4	6	8	12

Рассмотрим методику оценки компетентности экспертов, которая базируется на

применении формул: $R_1 = (0,1 \cdot R_u + R_a)/2$

R_u и R_a – коэффициенты информированности и аргументированности эксперта по решаемой проблеме. Коэффициент R_u определяется на основе самооценки эксперта по решаемой проблеме.

- $R_u = 0$ – эксперт совсем не знает проблемы;
- $R_u = 1/3$ – эксперт поверхностно знаком с проблемой, но она ходит вокруг его интересов;
- $R_u = 4/6$ – эксперт знаком с проблемой, но не принимает непосредственное участие в ее решении;
- $R_u = 7/9$ – эксперт знаком с проблемой и принимает непосредственное участие в ее решении;
- $R_u = 10$ – эксперт отлично знает проблему.

R_u определяется в результате суммирования баллов по отметкам эксперта в следующей таблице:

Источники аргументаций	Степень влияния источника на ваше мнение		
	высокая	средняя	низкая
Проведенный вами теоретический анализ	0,3	0,2	0,1
Ваш производственный опыт	0,5	0,4	0,2
Обобщение работ отечественных авторов	0,05	0,05	0,05
Обобщение работ зарубежных авторов	0,05	0,05	0,05
Ваше личное знакомство с состоянием дел за рубежом	0,05	0,05	0,05
Ваша интуиция	0,05	0,05	0,05

Составляется модифицированная матрица предпочтений. С оценками

$$K_{ji} = n - k_{ji} \quad (j=1,m, i=1,n)$$

Находятся суммарные оценки предпочтений по каждой цели:

$$K_i = \sum k_{ji} \quad (i=1,n)$$

Вычисляются исходные веса целей:

$$\omega_i = K_i / \sum K_i \quad (i=1,n, \text{ где } \sum \omega_i = 1)$$

Пример

Два эксперта \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 заводят оценку 4-х целей: Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 . В результате 2-х независимых экспертиз получена матрица весов целей:

\mathcal{E}_j/Z_i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
$\mathcal{E}_1(R_1)$	0,5	0	0,33	0,17
$\mathcal{E}_2(R_2)$	0,54	0,04	0,2	0,17

Определим оценки компетентности экспертов, используя таблицу:

$$\mathcal{E}_1 \text{ (руководитель комплекса, кандидат наук)} \rightarrow R_1 = 4,5$$

\mathcal{E}_2 (директор доктор наук) $\rightarrow R_2 = 8$

Вычислим относительные оценки компетентности экспертов:

$$Z_1 = 4,5/12,5 = 0,36$$

$$Z_2 = 8/12,5 = 0,64$$

Найдем искомые веса целей:

$$\omega_1 = 0,5 \cdot 0,36 + 0,54 \cdot 0,64 = 0,53$$

$$\omega_2 = \dots = 0,02$$

$$\omega_3 = \dots = 0,28$$

$$\omega_4 = \dots = 0,17$$

Где сумма ω_i должна быть равна 1.

Получаем следовательно предпочтения целей: Z_1, Z_3, Z_4, Z_2

Метод предпочтения.

Постановка задачи: пусть имеется m экспертов: $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_m$ и n целей: Z_1, Z_2, \dots, Z_n . Каждый эксперт проводит оценку целей, пользуясь числами натурального ряда. Наиболее важной цели присваивается 1, менее важно -2 и т.д. В этих условиях веса целей определяются следующим образом:

1. Составляется исходная матрица предпочтений

\mathcal{E}_j/Z_i	Z_1	Z_2	...	Z_n
\mathcal{E}_1	k_{11}	k_{12}	...	k_{1n}
\mathcal{E}_2	k_{21}	k_{22}	...	k_{2n}
...
\mathcal{E}_m	k_{m1}	k_{m2}	...	k_{mn}

2. $1 \leq k_{ij} \leq n$ ($j=1, m, i=1, n$)
3. Составляется модифицированная матрица предпочтений. С оценками

$$K_{ji} = n - k_{ji} \quad (j=1, m, i=1, n)$$

4. Находятся суммарные оценки предпочтений по каждой цели:

$$k_{ji} = \sum k_{ji} \quad (i=1, n)$$

5. Вычисляются исходные веса целей

$$\omega_i = K_i / \sum K_i \quad (i=1, n), \text{ где } \sum \omega_i = 1$$

Пример

Найдем веса целей методом предпочтения для случая: $m = 2$ и $n = 6$ (т.е. 2 эксперта и 6 целей).

1. Исходная матрица предпочтений:

\mathcal{E}_j/Z_i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6
\mathcal{E}_1	1	3	2	6	5	4
\mathcal{E}_2	2	4	1	5	6	3

2. Модифицированная матрица предпочтения:

\mathcal{E}_j/Z_i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6
\mathcal{E}_1	5	3	4	0	1	2
\mathcal{E}_2	4	2	5	1	0	3

3. Суммарные оценки предпочтения:

$$K_1 = 9; K_2 = 5; K_3 = 9;$$

$$K_4 = 1; K_5 = 1; K_6 = 5;$$

4. Искомые веса целей:

$$\omega_1 = 9/\text{сумму всех оценок} = 0,3; \omega_2 = 0,166; \omega_3 = 0,3$$

$$\omega_4 = 0,033; \omega_5 = 0,033; \omega_6 = 0,166$$

Метод ранга.

Пусть имеется m экспертов $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_m$ и n целей Z_1, Z_2, \dots, Z_n . Каждый эксперт проводит оценку целей, пользуясь 10-бальной шкалой, причем оценки могут быть как целыми, так и дробными. В этих условиях веса целей определяются следующим образом:

1. Составляется матрица оценок экспертов:

\mathcal{E}_j/Z_i	Z_1	Z_2	...	Z_n
\mathcal{E}_1	p_{11}	p_{12}	...	p_{1n}
\mathcal{E}_2	p_{21}	p_{22}	...	p_{2n}
...
\mathcal{E}_m	p_{m1}	p_{m2}	...	p_{mn}

$$2. \quad 0 \leq p_{ji} \leq 10 \quad (j=1, m, i=1, n)$$

3. Составляется матрица нормированных оценок:

$$\omega = p_{ji} / \sum p_{ji} \quad (j=1, m, i=1, n)$$

4. Вычисляются искомые веса целей:

$$\omega_i = \sum \omega_{ij} / \sum \sum \omega_{ij} \quad (i=1, n \quad \sum \omega_i = 1)$$

Пример

Найдем веса целей для случая $m = 2$ и $n = 6$

1. Матрица оценок экспертов:

\mathcal{E}_j/Z_i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6
\mathcal{E}_1	10	7	9	3	4	5
\mathcal{E}_2	8	6	10	4	2	7

2. Матрица нормированных оценок:

\mathcal{E}_j/Z_i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6
\mathcal{E}_1	10/38	7/38	9/38	3/38	4/38	5/38
\mathcal{E}_2	8/37	6/37	10/37	4/37	2/37	7/37

3. Искомые веса целей:

$$\omega_1 = (10/38 + 8/37)/2 = 0,239; \omega_2 = \dots = 0,173; \omega_3 = \dots = 0,254$$

$$\omega_4 = \dots = 0,093; \omega_5 = \dots = 0,079; \omega_6 = \dots = 0,16$$

Метод полного попарного сопоставления.

Постановка задачи: пусть имеется m экспертов $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}, \mathcal{E}_m$ и n целей Z_1, Z_2, \dots, Z_n . Каждый эксперт проводит попарное сопоставление целей в прямом и обратном направлениях, формируя матрицу частот, превалирования целей друг над другом, причем общее число суждений эксперта определяется формулой . В прямом и обратном направлении, т.е. заполняем не только наддиагональную часть. Это более точный метод. В этих условиях веса целей определяются следующим образом:

1. Формируются матрицы частот (каждый эксперт заполняет свою матрицу).
Смысл частот: характеризуют предпочтение одной цели перед другой

\mathcal{E}_j	Z_1	Z_2	...	Z_n
Z_1		$f(z_1/z_2)_j$...	$f(z_1/z_n)_j$
Z_2	$f(z_2/z_1)_j$...	$f(z_2/z_n)_j$
...
Z_n	$f(z_n/z_1)_j$	$f(z_n/z_2)_j$...	

2. Определяются оценки предпочтений:

$$\square_{kj} = f_{ki}/N, \text{ для всех } (k=1, n, j=1, m)$$

Сначала задаем j и т.д.

3. Определяются нормированные оценки

$$f_{kj} = \sum (Z_k/Z_l)_j \quad (l \neq k, k=1, n, j=1, m)$$

4. Вычисляются искомые веса целей:

$$\omega_k = \sum \square_{kj} / \sum \sum \square_{kj} \quad (k=1, n), \text{ где } \sum \omega_k = 1$$

Пример

Найдем веса целей методом полного попарного сопоставления для случая $m = 2$ и $n = 6$ размер шкалы 30 (т.е. в 29 случаях из 30 предпочтение отдается Z_1). Можно корректировать оценки экспертов, т.е. $Z_1 > Z_2 + Z_2$ и $Z_1 = 1$.

1. Оценки эксперта \mathcal{E}_1 :

\mathcal{E}_1	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6
Z_1		29/30	27/30	1	1	29/30
Z_2	1/30		1/30	1	29/30	21/30
Z_3	3/30	28/30		1	29/30	29/30
Z_4	0	1/30	1/30		1/30	0
Z_5	1/30	0	1/30	23/30		1/30
Z_6	1/30	4/30	1/30	1	28/30	

2. Оценки эксперта \mathcal{E}_2 :

\mathcal{E}_2	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6
Z_1		28/30	1/30	29/30	1	26/30
Z_2	1/30		0	29/30	29/30	2/30
Z_3	1	1		1	1	29/30
Z_4	1/30	0	0		27/30	1/30
Z_5	0	1/30	1/30	2/30		0
Z_6	5/30	29/30	1/30	29/30	1	

3. Оценки предпочтений:

$$\begin{aligned}
 f_{11} &= 145/30 & f_{12} &= 114/30 \\
 f_{21} &= 88/30 & f_{22} &= 61/30 \\
 f_{31} &= 119/30 & f_{32} &= 149/30 \\
 f_{41} &= 3/30 & f_{42} &= 29/30 \\
 f_{51} &= 32/30 & f_{52} &= 4/30 \\
 f_{61} &= 64/30 & f_{62} &= 94/30
 \end{aligned}$$

4. Нормированные оценки:

$$N = 6 \cdot 5 = 30$$

$$\begin{aligned}
 V_{11} &= 145/30/30; & V_{12} &= 114/30/30 \\
 V_{21} &= 88/30/30; & V_{22} &= 61/30/30 \\
 V_{31} &= 119/30/30; & V_{32} &= 149/30/30 \\
 V_{41} &= 3/30/30; & V_{42} &= 29/30/30 \\
 V_{51} &= 32/30/30; & V_{52} &= 4/30/30 \\
 V_{61} &= 64/30/30; & V_{62} &= 94/30/30
 \end{aligned}$$

5. Искомые веса целей:

$$\begin{aligned}
 \omega_1 &= (145/900 + 114/900) / (902/900) = 0,287 \\
 \omega_2 &= \dots = 0,165 \\
 \omega_3 &= \dots = 0,297 \\
 \omega_4 &= \dots = 0,035
 \end{aligned}$$

$$\omega_5 = \dots = 0,04$$

$$\omega_6 = \dots = 0,175$$

Ранжирование проектов методом парных сравнений.

Пусть имеется m экспертов $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_m$ и n проектов P_1, P_2, \dots, P_n , подлежащих оценке. Для определенности будем считать, что 4 эксперта оценивают важность 4-х проектов P_1, P_2, P_3, P_4 . Рассмотрим метод экспертных оценок, позволяющий ранжировать проекты по их важности:

1. Эксперты осуществляют попарное сравнение проектов, оценивая их важность в долях единицы.

$\{\mathcal{E}_j\}$	$\pi_1 \Leftrightarrow \pi_2$		$\pi_1 \Leftrightarrow \pi_3$		$\pi_1 \Leftrightarrow \pi_4$		$\pi_2 \Leftrightarrow \pi_3$		$\pi_2 \Leftrightarrow \pi_4$		$\pi_3 \Leftrightarrow \pi_4$	
\mathcal{E}_1	0,4	0,6	0,65	0,35	0,5	0,5	0,6	0,4	0,7	0,3	0,6	0,4
\mathcal{E}_2	0,3	0,7	0,55	0,45	0,6	0,4	0,7	0,3	0,6	0,4	0,6	0,4
\mathcal{E}_3	0,4	0,6	0,5	0,5	0,7	0,3	0,6	0,4	0,6	0,4	0,5	0,5
\mathcal{E}_4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,4	0,5	0,5	0,7	0,3	0,7	0,3
Σ	1,6	2,4	2,2	1,8	2,4	1,6	2,4	1,6	2,6	1,4	2,4	1,6

2. Находятся оценки, характеризующие предпочтение одного из проектов над всеми прочими проектами

$$f^{(1)} = 1,6 + 2,2 + 2,4 = 6,2$$

$$f^{(2)} = 2,4 + 2,4 + 2,6 = 7,4$$

$$f^{(3)} = 1,8 + 1,6 + 2,4 = 5,8$$

$$f^{(4)} = 1,6 + 1,4 + 1,6 = 4,6$$

3. Вычисляются веса проектов:

$$\omega_1 = 0,26; \omega_2 = 0,31; \omega_3 = 0,24; \omega_4 = 0,19$$

4. Полученные веса позволяют ранжировать проекты по их важности.

P_1, P_2, P_3, P_4 – результат решения. Реально применяется система реального времени (самолеты).

Ранжирование критериев по их важности методом Перстоуна.

Пусть имеется m экспертов $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_m$ и n критериев K_1, K_2, \dots, K_n , подлежащих оценке. Для определенности будем считать, что 10 экспертов оценивают важность 4-х критериев K_1, K_2, K_3, K_4 . Рассмотрим метод экспертных оценок, позволяющий ранжировать критерии по их важности.

1. Эксперты оценивают важность критериев, пользуясь числами натурального ряда, т.е. 1-ый эксперт считает, что критерий K_3 наиболее важен (т.е. получили частное ранжирование):

$\{\mathcal{E}_j\}$	$\{K_i\}$			
	K_1	K_2	K_3	K_4
\mathcal{E}_1	3	2	1	4
\mathcal{E}_2	1	2	3	4
\mathcal{E}_3	3	1	2	4
\mathcal{E}_4	1	2	3	4
\mathcal{E}_5	3	1	2	4
\mathcal{E}_6	3	1	2	4
\mathcal{E}_7	3	2	4	1
\mathcal{E}_8	3	4	1	2
\mathcal{E}_9	2	4	1	3
\mathcal{E}_{10}	2	1	3	4

2. Находятся частоты f_{ik} , характеризующие предпочтение критериев в парных сравнениях:

f_{ik}	K_1	K_2	K_3	K_4
K_1		0,4	0,4	0,8
K_2	0,6		0,7	0,7
K_3	0,6	0,3		0,9
K_4	0,2	0,3	0,1	

3. Получаем: берем оценки, характеризующие K_1 и K_2 . Считаем, сколько раз K_1 был предпочтительнее K_2 , т.е. из 10 случаев в 4-х, следовательно $4/10 = 0,4$

$$4. D_{cj} = \sum (C_{jk} - \hat{C}_k)^2 / (n - 1), (j=1,m),$$

$$D_{ck} = \sum (C_{jk} - \hat{C}_k)^2 / (m - 1), (k=1,n),$$

где $\hat{C}_k = \sum C_{jk} / n$ есть коллективная оценка K -того варианта системы. Дисперсия D_{cj} дает информацию о близости суждений каждого отдельного эксперта коллективным суждениям группы экспертов, а дисперсия D_{ck} характеризует степень согласованности группы экспертов при оценке K -того варианта системы.

5. Выявляются аномальные значения дисперсий D_{cj} и D_{ck} . При достаточно больших дисперсиях D_{cj} соответствующим экспертам представляется возможность защищать свою точку зрения. Анализируются причины, которые приводят к возрастанию дисперсий D_{ck} . Если значения дисперсий удовлетворяют организаторов экспертизы, то выбирается рациональный вариант системы. В противном случае производится уточнение и дополнение исходных данных с повторением этапов 1-5.

6. Осуществляется переход от частот f_{ik} к шкальным оценкам X_{ik} на основе уравнения:

$$f_{ik} = \Phi(X_{ik}) \quad (i,k \in 1,4),$$

где $\Phi(X_{ik}) = (1/(2 \cdot \pi)) \cdot \int_1^{-t^2/2} dt$ есть интегральная функция Лапласа-Гаусса, см.

(Вентцель Е.С. «Теория вероятностей» М: Наука, 1969, стр.561-564), график.

Находим с помощью этой функции по значению функции значение аргумента.

X_{ik}	K_1	K_2	K_3	K_4
K_1		-0,25	-0,25	0,84
K_2	0,25		0,52	0,52
K_3	0,25	-0,52		1,28
K_4	-0,84	-0,52	-1,28	

7. Вычисляются веса критериев.

K_i	$X_i^{\wedge} = (1/n) \cdot \sum x_{ik}$	$\Phi(X_i^{\wedge})$	ω_i
K_1	0,08	0,53	0,26
K_2	0,32	0,63	0,31
K_3	0,25	0,6	0,3
K_4	-0,66	0,25	0,13

8. Чтобы перейти к положительным числам сумма должна равняться 1.

Полученные веса позволяют ранжировать критерии по их возможности: K_2, K_3, K_1, K_4 . Пример критериев – в самолете – дальность, высота, нагрузка, скорость.

Поиск наилучшей альтернативы на основе принципа Кондорсе

Рассмотрим принцип Кондорсе, базируясь на результатах частных ранжированиях альтернатив: a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 .

1. Эксперты осуществляют ранжирование альтернатив:

$$\mathcal{E}_1 = (a_1, a_3, a_2, a_5, a_4)$$

$$\mathcal{E}_2 = (a_1, a_2, a_4, a_3, a_5)$$

$$\mathcal{E}_3 = (a_1, a_2, a_5, a_3, a_4)$$

$$\mathcal{E}_4 = (a_2, a_3, a_1, a_5, a_4)$$

$$\mathcal{E}_5 = (a_2, a_4, a_3, a_1, a_5)$$

2. Находятся оценки m_{ik} , характеризующих предпочтение альтернатив в парных предпочтениях

m_{ik}	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_1		3	3	4	5
a_2	2		4	5	5
a_3	2	1		3	4
a_4	1	0	2		2
a_5	0	0	1	3	

3. Выполняются проверки согласно принципу Кондорсе: наилучшей является альтернатива a_i , если $m_{ik} \geq m_{ki}$ для всех $k \neq i$

$K = 4$; $m_{14} \geq m_{41}$; $4 > 1$ – выполняется, т.е. правилу Кондорсе удовлетворяет только альтернатива a_1 .

4. Выбирается альтернатива Кондорсе. Это a_1 .

Тема 4. Методология решения слабо структуризованных проблем

Проектирование систем с использованием системных принципов. Организация экспериментов с использованием системных принципов. Процедура структуризации проблемы в виде дерева решений. Критерий для оптимизации решений в условиях риска и неопределенности. Выбор рациональной стратегии с использованием многих критериев.

Проектирование систем с использованием системных принципов

Задача: пусть объектом проектирования является система телекодовой радиосвязи, которая предназначена для помехоустойчивой передачи двоичной информации от источника к получателю.

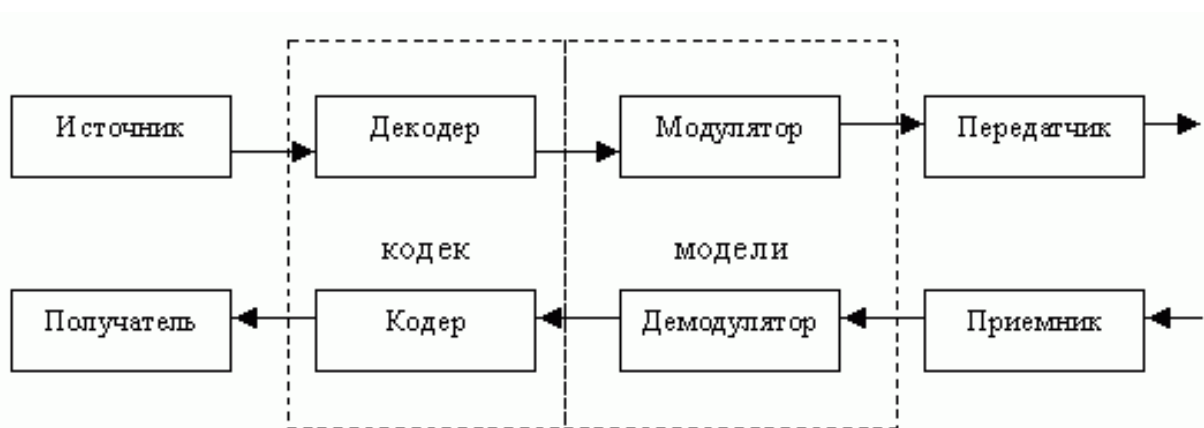


Рис.18.7 – Система телекодвой радиосвязи

Кодер – обладает корректирующим свойством (внесением дополнительных символов). Выбираем все, кроме приемника. Известна матрица альтернативных технических средств. Эта матрица уже упорядочена.

Тип	Избыточность кода R	Стоимость	Тип	Пропускная способность I бит/сек	Стоимость	Тип	Мощность передатчика P (КВт)	Стоимость
K ₀	0	0	M ₁	600	C(M ₁)	Π ₁	5	C(Π ₁)
			M ₂	1200	C(M ₂)	Π ₂	15	C(Π ₂)
K ₀	0	0	M ₃ ⁽¹⁾	1200	C(M ₃)	Π ₃	25	C(Π ₃)
K ₁	1/2	C(K ₁)	M ₃ ⁽²⁾	2400				
K ₀	0	0	M ₄ ⁽¹⁾	1200	C(M ₄)	Π ₄	60	C(Π ₄)
K ₁	1/2	C(K ₁)	M ₄ ⁽²⁾	2400				
K ₂	3/4	C(K ₂)	M ₄ ⁽³⁾	4800				

$C(K_1) < C(K_2)$, $C(M_1) < C(M_2) < C(M_3) < C(M_4)$, $C(\Pi_1) < C(\Pi_2) < C(\Pi_3) < C(\Pi_4)$, т.к. мы выбираем по интуиции.

Матрицу составили в порядке изменения характеристик.

!Стоимость – дело соглашения. Выбирать только по стоимости не целесообразно. Выбор нужно производить по техническим требованиям.

Требуется найти оптимальный по стоимости вариант системы, который обеспечивает передачу информации со скоростью $V = 1200$ бит/сек и вероятность ошибки не более, чем $P_{\text{ош}} = 0,001$ (т.е. 1 ошибка на 1000 передаваемых символов).

1. Традиционный подход предусматривает выбор самых дешевых кодека, модема и передатчика, исходя из заданных требований к системе.

Выбор кодека: $K_0 \rightarrow C(K_0) = 0$

Выбор модема: $M_2 \rightarrow C(M_2)$

Выбор передатчика: $P_{\text{ош}} = f(P)$ или $f(P) = 10^{-3}$

Эту мощность обеспечивает только $\Pi_4 - C(\Pi_4)$

В результате выбора имеем:

$V_{\text{опт}} = (K_0, M_2, \Pi_4) (*)$

$C = C(M_2) + C(\Pi_4)$

Вариант системы со звездочкой не является опт., т.к. стоимость системы по этому варианту не является минимальной, хотя на каждом из этапов выбиралось самое дешевое решение.

2. Системный подход предусматривает отбор допустимых вариантов системы, исходя из заданных требований, оценку этих вариантов по стоимости и выбор варианта с минимальной стоимостью.

3. Отбираем сочетание кодеков и модемов по заданной скорости передачи ин-

формации $V_{\text{пер}} = (1-R) \cdot I = 1200$ где R – характеристика по модемам, I – пропускная спо-

собность по модемам. Данному условию удовлетворяют такие сочетания: (K_0, M_2) , $(K_0, M_3^{(1)})$, $(K_0, M_4^{(1)})$, $(K_1, M_3^{(2)})$, $(K_1, M_4^{(2)})$, $(K_2, M_4^{(3)})$

4. Отобранные сочетания кодеков и модемов проверяем на требования по вероятности ошибки: $P_{\text{ош}} = 0,001$. Если в i -том решении $P < 60$ КВт, то сочетание кодека и модема вместе с соответствующим передатчиком относят к разряду допустимых.

5. Определяем стоимость допустимых сочетаний кодека, модема и передатчика $C = C(K_{\text{доп}}) + C(M_{\text{доп}}) + C(\Pi_{\text{доп}})$

6. Выбираем допустимое сочетание кодека, модема и передатчика, оптимальное по критерию стоимости.

В данной задаче оптимальное решение следующее:

$$B_{\text{опт}} = (K_1, M_4^{(2)}, \Pi_2) (**)$$

$$C = C(K_1) + C(M_4^{(2)}) + C(\Pi_2)$$

Вариант системы (***) является оптимальным, т.к. стоимость системы по этому варианту является минимальной, причем система оптимизировалась в целом как единый объект. Каждая система должна оптимизироваться в целом, т.е. как единый объект с заданным целевым назначением, т.к. оптимизация по частям не дает в общем случае оптимальной системы и оправдано лишь в двух типичных ситуациях:

1. Когда части системы независимы по оптимизируемым параметрам (это очень редкий случай);

2. Когда оптимизация системы в целом затруднительна в силу ее сложности или каких-либо других причин.

Организация экспериментов с использованием системных принципов

Предположим, что осуществляется эксперимент по взвешиванию 3-х объектов А, В, С, причем важно выявить процедуру взвешивания, оптимальную по критерию точности.

Традиционный подход к взвешиванию объекта реализуется по следующему плану:

N опыта	Объекты взвешивания			Результаты взвешивания
	А	В	С	
1	-1	-1	-1	Y_1
2	+1	-1	-1	Y_2
3	-1	+1	-1	Y_3
4	-1	-1	+1	Y_4

- -1 – объект отсутствует на весах;
- +1 – объект присутствует на весах.

Согласно плану, сначала осуществляется холостое взвешивание, а затем поочередно взвешивается каждый из объектов. При этом вес объекта определяется по результатам 2-х опытов:

$$A = Y_2 - Y_1$$

$$B = Y_3 - Y_1$$

$$C = Y_4 - Y_1$$

Определим дисперсию определения веса объекта А

$$D[A] = D[Y_2 - Y_1] = D[(m_2 + E_2) - (m_1 + E_1)] = D[(m_2 - m_1) + (E_2 - E_1)] = D[m_2 - m_1] + D[E_2 -$$

$$E_1] = D[E_2] + D[-E_1] = D[E_2] + (-1)^2 D[E_1] = 2 \cdot D[E],$$

где $D[E]$ – дисперсия случайной ошибки взвешивания

$$D[A] = 2 \cdot D[E]$$

$$D[B] = 2 \cdot D[E] \quad (*)$$

$$D[C] = 2 \cdot D[E]$$

Системная процедура взвешивания реализуется по следующему плану:

№ опыта	Объекты взвешивания			Результаты взвешивания
	А	В	С	
1	+1	+1	+1	Y_1
2	+1	-1	-1	Y_2
3	-1	+1	-1	Y_3
4	-1	-1	+1	Y_4

Согласно плану, сначала осуществляется взвешивание всех объектов, а затем последовательно взвешивается каждый из объектов. При этом вес объектов определяется по результатам каждого из 4-х объектов:

$$A = (Y_1 + Y_2 - Y_3 - Y_4)/2$$

$$B = (Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_4)/2$$

$$C = (Y_1 - Y_2 - Y_3 + Y_4)/2$$

2» – т.к. мы как бы дважды «взвесили колбасу».

Определим дисперсию веса объекта А

$$D[A] = D[(Y_1 + Y_2 - Y_3 - Y_4)/2] =$$

$$= 1/4 \cdot D[Y_1 + Y_2 - Y_3 - Y_4] =$$

$$\begin{aligned}
&= 1/4 \cdot D[(m_1 + E_1) + (m_2 + E_2) - (m_3 + E_3) - (m_4 + E_4)] = \\
&= 1/4 \cdot D[(m_1 + m_2 - m_3 - m_4) + (E_1 + E_2 - E_3 - E_4)] = \\
&= 1/4 \cdot D[m_1 + m_2 - m_3 - m_4] + 1/4 \cdot D[E_1 + E_2 - E_3 - E_4] = \\
&= 1/4 \cdot \{D[E_1] + D[E_2] + D[-E_3] + D[-E_4]\} = 1/4 \cdot 4 \cdot D[E] = D[E]
\end{aligned}$$

$$D[A] = D[E]$$

$$D[B] = D[E] \quad (**)$$

$$D[C] = D[E]$$

Сравнение * и ** приводит к выводу: системная процедура взвешивания обеспечивает удвоение точности по сравнению с традиционной процедурой.

Примеры: попытка найти угол в комнате, ближайшей к вершине. Традиционная процедура базируется на концепции однофакторного эксперимента, причем вес объекта определяется по результатам 2-х опытов. Системная процедура реализует концепцию многофакторного эксперимента и предусматривает определение веса объекта по результатам всех 4-х опытов. Т.о. выигрыш в точности получен за счет организации многофакторного эксперимента.

Процедура структуризации проблемы в виде дерева решений

Пусть требуется выбрать оптимальную стратегию для некоторой организации, которая желает установить дорогостоящее оборудование зарубежного производства.

Исправность оборудования могут оценить приглашенные специалисты, услуги которых необходимо оплачивать. Если они не приедут, то решить этот вопрос затруднительно. Конечно, можно дождаться их приезда, однако в одном случае возможны задержки с установкой оборудования, что сулит организации неприятности. К тому же организация не очень-то доверяет оценкам специалистов. По мнению организации, вероятность того, что специалисты правильно оценивают исправность оборудования = 0,7. Согласно оценке организации, вероятность исправного состояния оборудования не превышает 0,4.

Для структуризации проблемы в виде дерева решений рекомендуется следующая процедура:

1. Составляется список всех возможных экспериментов $\{e\}$, которые могут быть осуществлены.

e_1 – ожидать приезда специалистов;

e_2 – устанавливать оборудование своими силами;

2. Составляется список всех возможных результатов $\{z\}$, которые получают после осуществления экспериментов

z_1 – по оценке специалистов оборудование исправно;

z_0 – по оценке специалистов оборудование не исправно;

z_n – неопределенность.

3. Составляется список всех возможных операций $\{a\}$, которые предпринимаются после получения результатов эксперимента.

a_1 – проверить исправность оборудования;

a_0 – не проверять исправность оборудования.

4. Составляется список всех возможных состояний $\{Q\}$, которыми характеризуется оборудование в действительности.

Q_1 – оборудование исправно;

Q_0 – оборудование неисправно.

5. На основе данных пунктов 1-4 разрабатывается многоальтернативный граф, который представляет собой дерево решений.

$$U_1 = U(e_1, z_1, a_1, Q_1)$$

$$U_2 = U(e_1, z_1, a_1, Q_0)$$

.....

6. Строится дерево.

Критерий для оптимизации решений в условиях риска и неопределенности

Процесс оптимизации решений может осуществляться в следующих условиях:

1. Определенности, когда имеется достоверная информация о состоянии внешней среды.

2. Риска, когда возможно задать вероятностное распределение для состояний внешней среды.

3. Неопределенности, когда о состояниях внешней среды есть лишь общие представления.

4. Противостояние, когда внешнюю среду представляет сознательный противник.

Самые интересные 2 и 3 класса – самые правдоподобные. Операции, проводимые в условиях риска и неопределенности, принято называть играми с природой. Для этих операций характерно наличие неполноты информации в отношении внешней среды (числа пользователей системы, спроса на продукцию, климатических условий и др.). Типичная игра с природой состоит в выборе опт. Стратегии опт, если имеется m конкурирующих стратегий X_j и n состояний природы S_i , причем известна матрица выигрышей a_{ji} .

X_i/S_i	S_1	S_2	...	S_n
X_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
X_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
...
X_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

В некоторых случаях вместо матрицы выигрышей оперирует матрицей рисков, которая содержит множество рисков.

$$Z_{ji} = \max_{j_i}(a_j) - a_{ji}$$

Смысл: риск – это потеря выигрышей. Покажем на примере, как перейти от матрицы выигрышей к матрице риска.

a_{ji}	S_1	S_2	S_3	S_4
X_1	1	4	5	9
X_2	3	8	4	3
X_3	4	6	6	2

→

Z_{ji}	S_1	S_2	S_3	S_4
X_1	3	4	1	0
X_2	1	0	2	6
X_3	0	2	0	7

Для оптимизации решений в условии риска применяются критерии Критерий max среднего выигрыша:

$$K_1 = \max(a_j) = \max(\sum a_{ji} \cdot P_i)$$

Критерий минимума:

$$K_1 = \min(z_j) = \min(\sum z_{ji} \cdot P_i)$$

Найдем оптимальные стратегии, полагая:

$P_1 = 0,1$; $P_2 = 0,2$; $P_3 = 0,5$; $P_4 = 0,2$ – это вероятности воздействия внешней среды.

Применяя критерии K_1 и K_2 , получаем:

применяем K_1 : $K_1 = \max(\{5,2; 4,5; 5\}) = 5,2 \rightarrow x_{opt} = x_1$

$$\text{т.е. } 0,1 \cdot 1 + 0,2 \cdot 4 + 0,5 \cdot 5 + 0,2 \cdot 9$$

$$K_2: K_2 = \min(\{1,6; 2,3; 2,8\}) = 1,6 \rightarrow x_{opt} = x_1.$$

Стратегия, максимизирующая средней выигрыш, совпадает со стратегией, минимизирующей средний риск. Т.е. на практике можно использовать любую из матриц: либо матрицу выигрышей, либо матрицу рисков. Для оптимизации решений в условиях неопределенности служат следующие критерии:

1. Критерий Лапласа:

$$K_L = \max((1/n) \cdot \sum a_{ji})$$

2. Максиминный критерий Вальда:

$$K_B = \max(X_j) \cdot \min_{S_i}(a_{ji}),$$

который ориентируется на худшее состояние внешней среды и выбирает стратегию с максимальным выигрышем (критерий крайнего пессимизма)

3. Мини-максный критерий Сэвиджа:

$$K_C = \min(X_j) \cdot \max(S_i \cdot Z_{ji})$$

который ориентируется на самую неблагоприятную обстановку и выбирает стратегию с минимальным риском (критерий крайнего пессимизма).

4. Критерий Гурвица:

$$K_G = \max(X_j) \cdot [\alpha \cdot \min(S_i \cdot a_{ji}) + (1 - \alpha) \cdot \max(S_i \cdot a_{ji})]$$

критерий Гурвица имеет характерные частные случаи:

- критерий крайнего оптимизма

$$K_G^{(2-0)} = \max(X_j) \cdot \max(a_{S_i} \cdot a_{ji})$$

- критерий крайнего пессимизма

$$K_{\Gamma}^{(2-0)} = \max(X_j) \cdot \max(a_{Si} \cdot a_{ji}) = K_B,$$

который основан на выделении 3-х зон в матрице выигрышей, а именно: плохих, промежуточных и благоприятных результатов, получаемых с вероятностями P_1, P_2, P_3 .

Выбор рациональной стратегии с использованием многих критериев

Предположим, что некая организация предпочитает иметь ВЦ с распределенной сетью терминалов. С этой целью составляется смета расходов на создание ВЦ с различным количеством терминалов и определяется матрица выигрышей (в тыс. рублей), которые зависят от количества терминалов X_j и числа пользователей S_i

X_j/S_i	$S_1 = 0$	$S_2 = 10$	$S_3 = 20$	$S_4 = 30$	$S_5 = 40$	$S_6 = 50$
$X_1 = 20$	-121	62	245	245	245	245
$X_2 = 30$	-168	14	198	380	380	380
$X_3 = 40$	-216	-33	150	332	515	515
$X_4 = 50$	-264	-81	101	284	468	650

Сумма по 1-й строке = 921 921/6 = 153,5

Осуществим выбор рациональной стратегии, используя различные критерии для оптимизации решений в условиях неопределенности.

1. $K_D = \max X_j \{153, 198, 210, 193\} = 210$ $X_{opt} = X_3 = 40$ – т.е. ВЦ нужно рассчитывать на 40 терминалов

2. $K_B = \max X_j \{-121, -168, -216, -264\} = -121$

$X_{opt} = X_1 = 20$ – т.е. выбираем минимальный элемент по строке

3. Перейдем от матрицы выигрышей к матрице рисков.

X_j/S_i	$S_1 = 0$	$S_2 = 10$	$S_3 = 20$	$S_4 = 30$	$S_5 = 40$	$S_6 = 50$
$X_1 = 20$	0	0	0	135	270	405
$X_2 = 30$	47	48	47	0	135	270
$X_3 = 40$	95	95	95	48	0	135
$X_4 = 50$	145	143	144	96	47	0

4. $K_C = \min(X_j \{405, 270, 135, 145\}) = 135$

5. По строчкам; 1-ая строка (max), 2-ая строка max риск. Это означает ориентацию на самую неблагоприятную обстановку.

6. $X_{opt} = X_3 = 40$

7. Критерий Гурвица. Мы можем по своему усмотрению задать критерий A .

Если хотим подстраховаться, то $A = 1$. Если затрудняемся задать A , то $A = 0,5$.

$K_{\Gamma}(A = 0,5) = \max(X_j \{62, 106, 150, 193\}) = 193$

1-ая строка (смотри матрицу выигрышей: $\min + \max/2$)

$X_{opt} = X_4 = 50$

8. Выделим 3 зоны в матрице выигрышей: зону плохих результатов, зону промежуточных результатов и зону хороших результатов. Введем субъективные вероятности:

$$P_1 = 0,1; P_2 = 0,2; P_3 = 0,7.$$

$$K = \{171, 270, 335, 393\} = 393$$

$$X_{\text{opt}} = X_4 = 50$$

Нами получена следующая совокупность результатов:

$$K_{\text{Д}} \rightarrow 40 \text{ терминалов}$$

$$K_{\text{В}} \rightarrow 20 \text{ терминалов}$$

$$K_{\text{С}} \rightarrow 40 \text{ терминалов}$$

$$K_{\text{Г}} \rightarrow 50 \text{ терминалов}$$

$$K \rightarrow 50 \text{ терминалов}$$

Получаем рациональное решение из оптимальных результатов.

Можно: усреднить эти результаты; отбросить нетипичный результат (20) и взять среднее значение. В качестве рациональной стратегии целесообразно выбрать компромиссное решение: 45 терминалов.

Тема 5. Решение хорошо структурированных проблем

Выбор оптимальной стратегии достижения целей

Для решения проблем этого класса широко используются математические методы И.О. В операционном исследовании можно выделить основные этапы:

1. Определение конкурирующих стратегий достижения цели.
2. Построение математической модели операции.
3. Оценка эффективностей конкурирующих стратегий.
4. Выбор оптимальной стратегии достижения целей. Математическая модель

операции представляет собой функционал $E = f(x \in X^{\wedge}, \{\alpha\}, \{\beta\}) \Rightarrow \text{ext}z$

E – критерий эффективности операций;

x – стратегия оперирующей стороны;

a – множество условий проведения операций;

b – множество условий внешней среды.

Модель позволяет оценить эффективность конкурирующих стратегий и выбрать из их числа оптимальную стратегию.

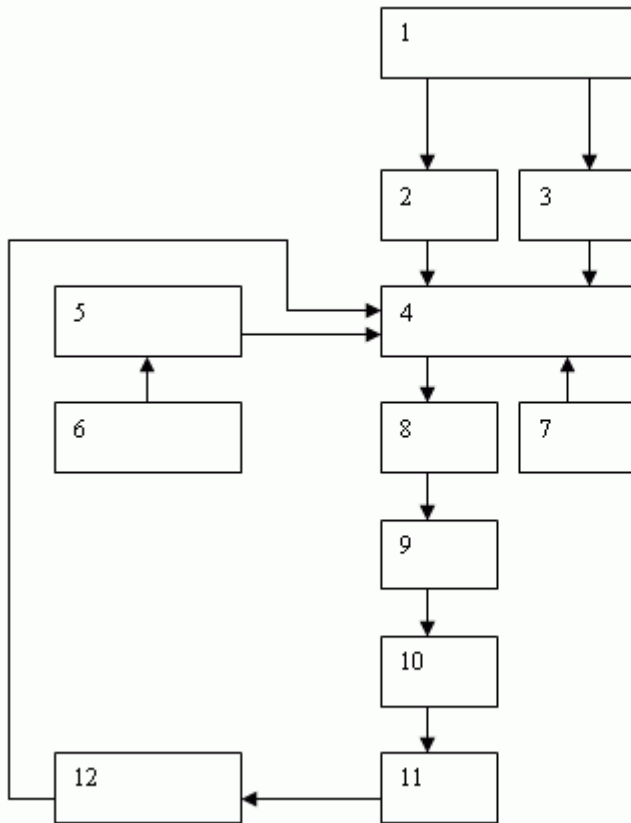


Рис. 22.1 – Выбор оптимальной стратегии достижения целей

1. постоянство проблемы
 2. ограничения
 3. критерий эффективности операций
 4. математическая модель операции
 5. параметры модели, но часть параметров, как правило, не известна, поэтому
- (6)
6. прогнозирование информации (т.е. нужно предугадать ряд параметров)
 7. конкурирующие стратегии
 8. анализ и стратегии
 9. оптимальная стратегия
 10. утвержденная стратегия (более простая, но которая удовлетворяет еще ряду критериев)
 11. реализация решения
 12. корректировка модели

Критерий эффективности операции должен удовлетворять ряду требований:

1. Представительность, т.е. критерий должен отражать основную, а не второстепенную цель операции.
2. Критичность – т.е. критерий должен изменяться при изменении параметров операций.
3. Единственность, так как только в этом случае возможно найти строгое математическое решение задачи оптимизации.
4. Учет стохастичности, которая связана обычно со случайным характером некоторых параметров операций.
5. Учет неопределенностей, которая связана с отсутствием какой-либо информации о некоторых параметрах операций.

6. Учет противодействия, которое вызывает часто сознательный противник, управляющий полными параметрами операций.

7. Простая, т.к. простой критерий позволяет упростить математические выкладки при поиске оптимального решения.

Приведем схему, которая иллюстрирует основные требования к критерию эффективности исследования операций.

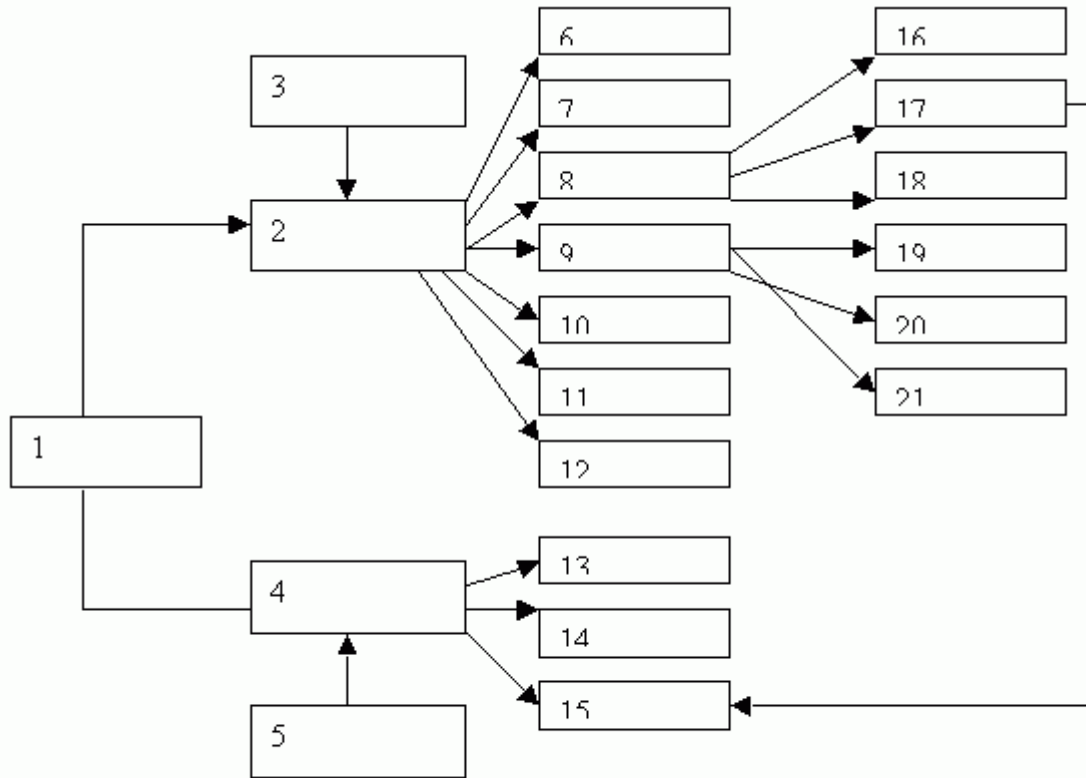


Рис. 22.2 – Требования к критерию эффективности исследования операций

1. постановка проблемы (вытекают 2 и 4 (ограничения));
2. критерий эффективности;
3. задачи верхнего уровня
4. ограничения (мы организуем вложенность моделей);
5. связь с моделями верхнего уровня;
6. представительность;
7. критичность;
8. единственность;
9. учет стохастичности;
10. учет неопределенности;
11. учет противодействия (теория игр);
12. простота;
13. обязательные ограничения;
14. дополнительные ограничения;
15. искусственные ограничения;
16. выбор главного критерия;
17. перевод ограничений;
18. построение обобщенного критерия;

19. оценка математического отид-я;
20. построение доверительных интервалов:
21. анализ возможных вариантов (есть система; мы точно не знаем, какова интенсивность вх. потока; мы можем только с определенной вероятностью предположить ту или иную интенсивность; затем взвешиваем выходящие варианты).

Единственность – чтобы можно было решить задачу строго математическими методами.

Пункты 16, 17 и 18 – это способы, которые позволяют избавиться от многокритериальности.

Учет стохастичности – большая часть параметров имеет стохастическое значение. В ряде случаев стох. мы задаем в виде ф-и распределения, следовательно, сам критерий необходимо усреднить, т.е. применять математические ожидания, следовательно, п.19, 20, 21.

Тема 6. Основы принятия решений при многих критериях

Постановка задачи векторной оптимизации и классификация многокритериальных методов

В упрощенном виде задача векторной оптимизации формируется следующим образом:

Имеется n конкурирующих решений:

$\{S_i\} = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$, т.е. стратегий, структур, проектов, плакатов и т.д. и m частных критериев

$\{K_j\} = \{K_1, K_2, \dots, K_m\}$, не всегда согласованных между собой и противоречивых.

Для оценки конкурирующих решений по частным критериям используются различные средства: экспертные процедуры, мат. моделирование, натуральные эксперименты. При этом множество конкурирующих решений отображается в матрицу векторных оценок:

$$[k_{ji}] = \begin{matrix} & S_1 & S_2 & \dots & S_n \\ & k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{m1} & k_{m2} & \dots & k_{mn} \end{matrix}$$

Исходя из матрицы векторных оценок и системы предпочтений ЛПР выбирается рациональное решение.

$E = \text{opt}_{S_j} \{[k_{ji}], \text{система предпочтений ЛПР}\}$ следовательно S_{rat}

opt – некоторый оператор векторной оптимизации.

Выбор рационального решения связан с преодолением неопределенностей, которые имеются в связи с наличием многих критериев. Эта неопределенность является принципиальной. Для ее компенсации есть лишь одна единственная возможность: ис-

пользование системы предпочтений ЛПР (т.е. дополнительной, субъективной информации).

Использование субъективной информации ЛПР позволяет преодолеть принципиальные трудности и выбрать рациональный критерий.

Все множество методов векторной оптимизации можно разбить на 5 классов.

1. Методы, основанные на формализации, в виде задач математического программирования.

2. Методы, основанные на реинжиниринге критериев и их последовательном применении.

3. Методы, использующие обобщенный критерий для сравнительной оценки альтернатив.

4. Методы, не использующие обобщенный критерий для сравнительной оценки альтернатив.

5. Методы, реализующие процессы структуризации и адаптации при выборе рациональных решений.

Методы расположены в порядке возрастания их потенциальной характеристики (классификационный признак – полнота реализации принципа системности). Методы 1-го и 2-го класса не реализуют в полной мере принцип системности. Методы 3-го класса достаточно конструктивны (их легко использовать), однако не всегда удается обосновать и построить обобщенный критерий. Методы 4-го класса более прогрессивны, т.к. они предусматривают активное использование ЛПР в процессе анализа альтернатив. Методы 5-го класса отражают современные тенденции в области векторной оптимизации и находят применение в современных перспективных интерактивных автоматизированных системах.

АСНИ, САПР, АСЛПР, ... поддержки принятия решений.

1-3 – используют;

4-5 – разрабатывают (в том числе и на нашей кафедре).

Принцип согласованного оптимума В.Парето

В.Парето обосновал принцип согласованного оптимума, ориентируясь на конфликтную ситуацию между несколькими субъектами с пересекающимися интересами (1870 г). Согласованный оптимум означает преобразование конфликтной ситуации в такую ситуацию, в которой ни один из участников конфликта не может улучшить свое состояние, не причинив своими действиями вреда партнерам. Состояние согласованного оптимума является наилучшим для всех взаимодействующих субъектов. Леонард Заде распространил принцип согласованного оптимума на технические системы (1963 г).

В процессе их проектирования стремятся оптимизировать систему по многим, часто противоречивым критериям. Однако оптимизация системы по одному из критериев практически исключает возможность оптимизации по другим критериям. Поэтому важно найти согласованный оптимум для всех используемых критериев.

Если векторная оптимизация осуществляется с использованием обобщенного критерия, то реализуются обычно следующие процедуры:

1. Выполняется обоснование способа свертки частных критериев в обобщенный критерий.

2. Учитывается важность частных критериев.

3. Векторные оценки приводятся к безразмерному виду.

4. Для всех конкурирующих решений вычисляются обобщенные скалярные оценки.
5. Определяется область компромисса, содержащая парето-оптимальные решения (т.е. такие решения, когда улучшения состояния по каждому из критериев ухудшает состояние по другим критериям).
6. Выбирается рациональное решение в области компромиссов с учетом системы предпочтений ЛПР.

Приемы поиска Парето-оптимальных решений

Пример 1: определить Парето-оптимальные варианты системы

$\{K_j\}$	Единица измерения	Направление экстремума	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
K_1 – масса	K_2	min	13	5	11	2	10	16	12	15	9	5
K_2 – стоимость	рубли	min	200	900	400	800	700	200	500	500	1100	1100

Явно видно, что вариант S_{10} можно выбросить, т.к. S_2 – дешевле. S_6 – можно забраковать и оставить первый вариант, а остальные сравниваем с оптимальными (т.е. 3, 4 и т.д. с 1 и 2). Найдем граничные варианты в области компромисса: S_1 и S_2 , причем варианты S_6 и S_{10} необходимо отбраковать как худшие.

Определим Парето-оптимальные варианты системы.

$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_7$

S_8, S_{10} выбросим

Произвести дальнейший отбор.

Пример 2: Определить парето-оптимальные варианты системы, которая состоит из блоков А и В

$\{K_j\}$	Единица измерения	Направление экстремума	Блок А						Блок В				
			A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
K_1 – масса	K_2	min	6	7	5	17	14	15	10	6	6	15	17
K_2 – стоимость	рубли	min	80 0	60 0	50 0	30 0	20 0	25 0	50 0	40 0	30 0	20 0	30 0

Определим Парето-оптимальные варианты системы S_1, S_3, S_4

Пример 3: выбрать рациональный вариант системы в условиях, когда ЛПР применяет минимальный критерий

$\{K_j\}$	Единица измерения	Направление экстремума	$\{S_i\}$					
			S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
K_1 – вероятность отказа	–	min	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$0,5 \cdot 10^{-2}$	$0,3 \cdot 10^{-2}$	$0,1 \cdot 10^{-2}$	$0,08 \cdot 10^{-2}$	$0,05 \cdot 10^{-2}$
			2	2	2	2	2	2
K_2 – затраты ресурсов	тысячи рублей	min	200	400	600	900	1200	1500

Ограничения для системы $K_1 \leq 1 \cdot 10^{-2}$, $K_2 < 1$ млн. руб.

Определим Парето-оптимальные варианты системы и матрицу потерь

Z_{ji}	S_2	S_3	S_4
K_1	0,5	0,3	0,1
K_2	0,4	0,6	0,9

$$\min_{S_i}(\max_{K_j}(Z_{ji})) = \min\{0,5; 0,6; 0,9\} = 0,5$$

Т.е. рациональным является вариант системы S_2 .

Общая технологическая схема принятия решений при многих критериях

Принятие решений является наиболее массовой операцией в процессе создания некоторой АСУ практически на всех ее этапах.

1. Оценка целесообразности разработки и предварительный выбор структуры АСУ.
2. Предварительный выбор технических решений.
3. Окончательный выбор структуры АСУ.
4. Окончательный выбор технических решений по построению п/с и АСУ в целом.
5. Окончательный выбор технических решений по созданию аппаратуры.
6. Окончательный выбор технических решений по разработке математического обеспечения.
7. Организация АСУ на базе выбранных технических решений.
8. Отладка, испытание и внедрение АСУ.

См. общее системное проектирование АСУ реального времени. Под редакцией В. А. Шабалина, М., радио и связь, 1984 г, стр.34-44.

Принятие решений при многих критериях базируются на принципе согласованного оптимизма В.Парето и представляет собой многошаговый интерактивный процесс, который начинается с появлением проблемы и заключается реализацией решений.

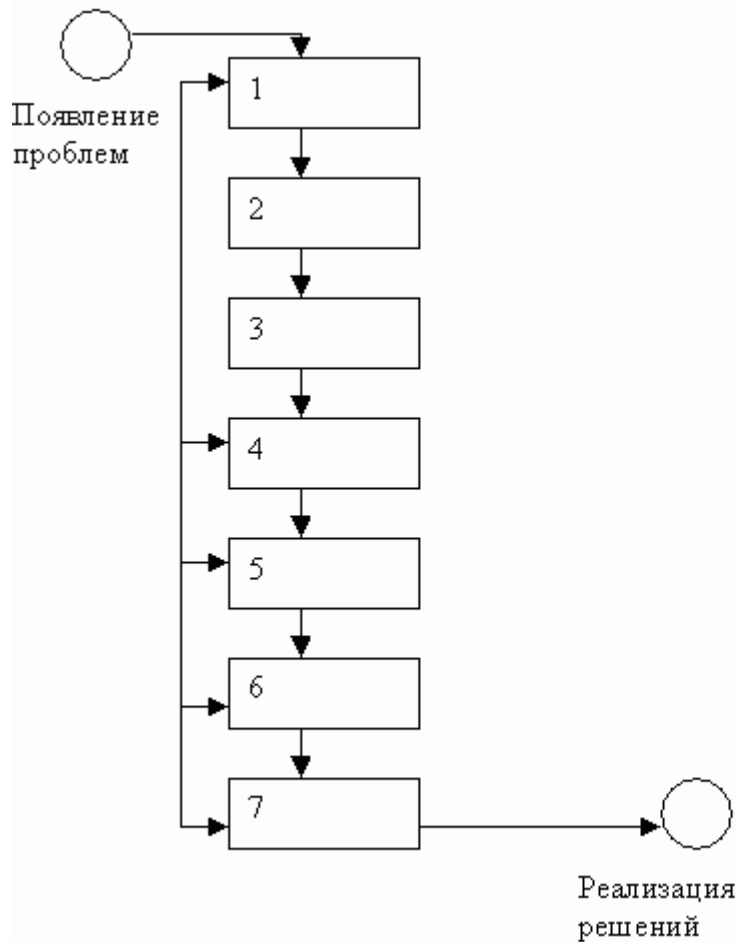


Рис. 19.1 – Принятие решения

1. Сбор исходных данных и структуризация проблемы:
 - а) ограничение сложности
 - б) отображение ситуации
 - г) оценка ресурса
 - д) выявление взаимосвязей
2. Выявление и систематизация потенциальных возможных решений
3. » Просеивание» решений, выделение множества конкурирующих решений
4. Обоснование частных критериев для оценки конкурирующих решений
5. Построение логико-математической системной модели и ее верификации
6. Выбор рационального решения, которые должны быть:
 - а) единственным
 - б) своевременным
 - в) реализуемым
 - г) устойчивым
 - д) перспективным

Циклы проектирования и уровни оптимизации сложных технических систем

В настоящее время в стадии становления находится новое научное направление, а именно т-я качества сложных систем, в частности АСУ различных уровней и назначения. В проблематику данного направления входят вопросы обеспечения качества систем на всех этапах их создания и развития. Современное представление о процессе проектирования сложных технических систем включает 3 характерных цикла:

1. внешнее проектирование
2. формирование облика системы
3. внутреннее проектирование

Первый цикл представляет конкретизацию целей и функций системы, а также представление требований к ее характеристикам качества.

Второй цикл служит для корректной увязки требований внешнего проектирования с конструкторскими и технологическими возможностями внутреннего проектирования и состоит в выборе рациональной структуры из некоторого множества конкурирующих структур.

Третий цикл предполагает разработку выбранной структуры и ее реализацию в виде комплекса технических ф-в, принадлежащих системе требуемое качество.

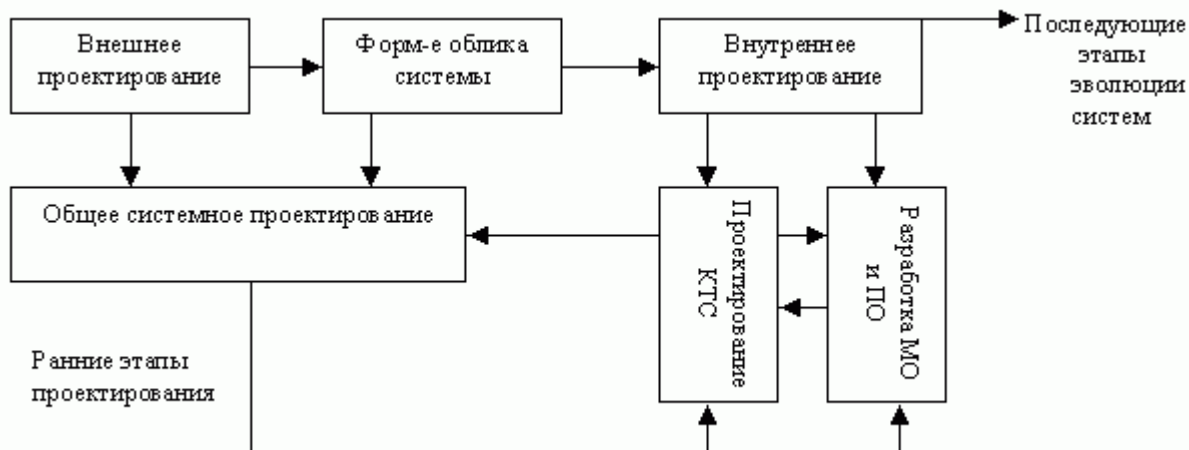


Рис.19.2 – Циклы проектирования технических систем

Циклам проектирования соответствуют следующие уровни оптимизации систем:

1. Глобальная оптимизация, т.е. поиск прогрессивной технической идеи для создаваемой системы.
2. Структурная оптимизация, т.е. выбор рациональной структуры системы в рамках используемой технической идеи.
3. Параметрическая оптимизация, т.е. подбор наилучшей совместимости параметров для выбранной структуры систем.

Оптимизация системы последовательно на всех 3-х уровнях приводит к синтезу структуры, удовлетворяющей заданным требованиям по качеству.

Наибольший эффект в обеспечении качества системы дает глобальная оптимизация 30-50%, наименьший эффект – параметрическая оптимизация 10-15%, структурная оптимизация занимает промежуточное положение 20-30%. Причем, степень оптимизации зависит весьма существенно от множества конкурирующих структур и их проработки по векторному критерию качества.

Структурная оптимизация систем, как процесс принятия решений

Необходимость структурной оптимизации обусловлена наличием сравнительно большой номенклатуры технических средств и способов, объединяя их в различные структуры, которые отличаются друг от друга рядом признаков, а именно, составом структурных элементов, технологией переработки информации, пространственным распространением элементов и др.

Анализ конкурирующих структур неизбежно связан с использованием многих критериев и выполняется в условиях неопределенности, т.е. в условиях неполноты информации в отношении создаваемой системы и внешней среды, взаимодействующей с ней. По этой причине проблема структурной оптимизации формируется как проблема многокритериального выбора рациональной структуры из некоторого множества конкурирующих структур в условиях неопределенности. Проблема структур оптимизации в такой постановке решается на основе методологии системного анализа.



Рис.19.3 – Уровни оптимизации систем

В процессе структурной оптимизации необходимо осуществлять целенаправленный поиск альтернативных структур, т.к. их случайный перебор обычно не приводит к успеху. При этом, чем больше альтернативных структур, тем с большей вероятностью можно гарантировать конечный результат, т.е. выбор наиболее рациональной структуры. Вместе с тем, большой объем альтернативных структур порождает проблему отсева (отбраковки) неперспективных структур, исходя из тех или иных ограничений и требований к системе.

Таким образом процесс структурной оптимизации – это процесс систематизации альтернативных структур с отсеком неперспективных структур и определение множества конкурирующих структур, из числа которых выбирается рациональная структура.

Метод ФСА (функционально-стоимостного анализа)

Метод предусматривает 2-критериальную оценку вариантов системы и включает в себя 5 основных операций:

1. построение модели эффективности
2. построение модели стоимости
3. вычисление обобщенного критерия
4. выбор рационального варианта

Поясним сущность метода на примере ВЦ с распределенной сетью терминалов. В этом случае возможно построить следующие модели:

1. $\Theta = f(n)$ -коэффициент загрузки, – в зависимости от числа используемых терминалов.
2. Стоимость функции от n : $C = f(n)$ – затраты на создание ВЦ в зависимости от числа используемых терминалов.

При построении моделей используется вся доступная объективная и субъективная информация. Выходные данные модели в соответствии с методом синтезируются в обобщенный критерий, позволяющий анализировать варианты системы. Базируясь на обобщенных оценках, ЛПР выбирает рациональный вариант системы.

Сложно в ФСА построить модель эффективности. В качестве обобщенного критерия E можно использовать:

1. $E = \max \Theta$ при $C = \text{const}$ – максимум эффективности при фиксированной стоимости.
2. $E = \min C$ при $\Theta = \text{const}$ – минимум стоимости при фиксированной эффективности.
3. $E = \max \Theta/C$ – минимум удельной эффективности.
4. $E = \min C/\Theta$ – минимум удельной стоимости
5. $E = \max (w_1\Theta + w_2C)$ – максимум взвешенной суммы эффективности и стоимости.

Выбор обобщенного критерия E осуществляется, как правило, на основе субъективных суждений ЛПР. 3 – применяется на практике наиболее часто (т.к. наиболее понятно; получаем число, которое никакого смысла не имеет; выбираем число с максимальным значением).

Метод комплексной оценки структур

Метод служит для решения задач структурной многокритериальной оптимизации систем в процессе их проектирования или модернизации. Базируется на методологии системного анализа и представляет собой многошаговый итеративный процесс, который начинается с формулировки целевого назначения системы и заканчивается выбором рациональной структуры. Этот процесс не поддается полной математической формализации и поэтому представляет собой сложную цель эвристических и формальных процедур. Сочетание эвристики и формализма образует системный метод, дисциплинирующий решение проектировщика и позволяющий решать широкий класс задач многокритериального выбора рациональной структуры.

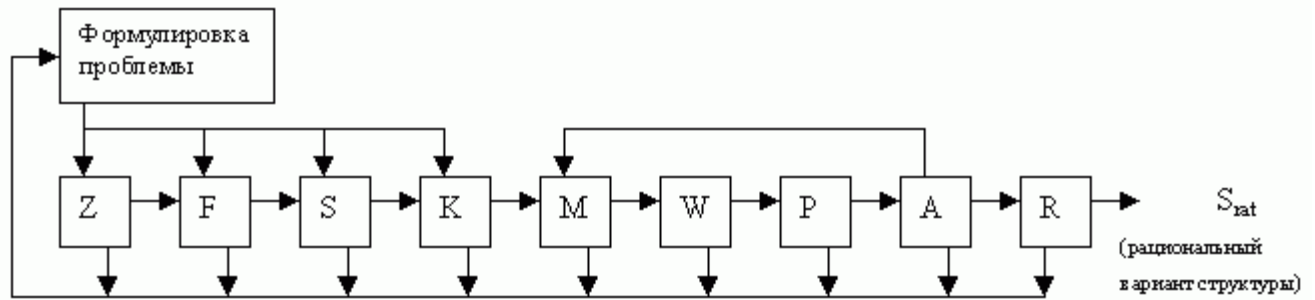


Рис.19.4 – Комплексная оценка структур

Концептуальная схема метода включает следующие операторы:

Z – цель системы достигается в процессе функционирования при взаимодействии с внешней средой;

S – конкурирующие структуры, выявляемые в результате морфологического анализа;

K – частные критерии, характеризующие качество конкурирующих структур;

M – совокупность моделей, позволяющих оценить отдельные свойства конкурирующих структур;

W – векторные оценки, получаемые для конкурирующих структур по частным критериям;

P – процедуры скаляризации, направленные на свертку векторных оценок по каждой из структур;

A – анализ структур, осуществляемый на основе обобщенных скалярных оценок в диапазоне условий;

R – решающее правило, определяющее выбор рациональной структуры в заданном классе условий.

Практическое применение метода требует расшифровки операторов с учетом особенностей конкретной системы. При этом выполняется 6 основных операций:

1. Определение множества конкурирующих структур исходя из целей и функций системы. Эта задача накладывает эти операторы (Z, F, S).

2. Отбор совокупности частных критериев, характеризующих качество конкурирующих структур (K).

3. Построение модели и отображение конкурирующих структур в матрицу векторных оценок (M, W).

4. Обоснование принципа оптимальности и свертка векторных оценок в обобщенные скалярные оценки (P).

5. Анализ конкурирующих структур в диапазоне условий, в частности при различных воздействиях внешней среды (A).

6. Разработка решающего правила и выбор на его основе рациональной структурной системы (R).

Методика многокритериального выбора рациональных структур

Рассмотрим методику, которая реализует все операторы метода комплексной оценки структур (т.е. более подробно, чем сам метод).

Операторы метода	Z, F, S	K	M, W	P	A	R
Этапы методики	1	2	3	4-10	11	12

Этап 1:

Определяется множество конкурирующих структур $\{S_i\} = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$, из числа которых выбирается в дальнейшем рациональная структура. Для поиска структур могут быть использованы различные методы: мозговой атаки; дерево целей; морфологического ящика и др. На практике закрепился метод морфологического ящика (анализа). Морфологический анализ создаваемой системы позволяет систематизировать потенциально возможные структуры и определить множество конкурирующих структур.

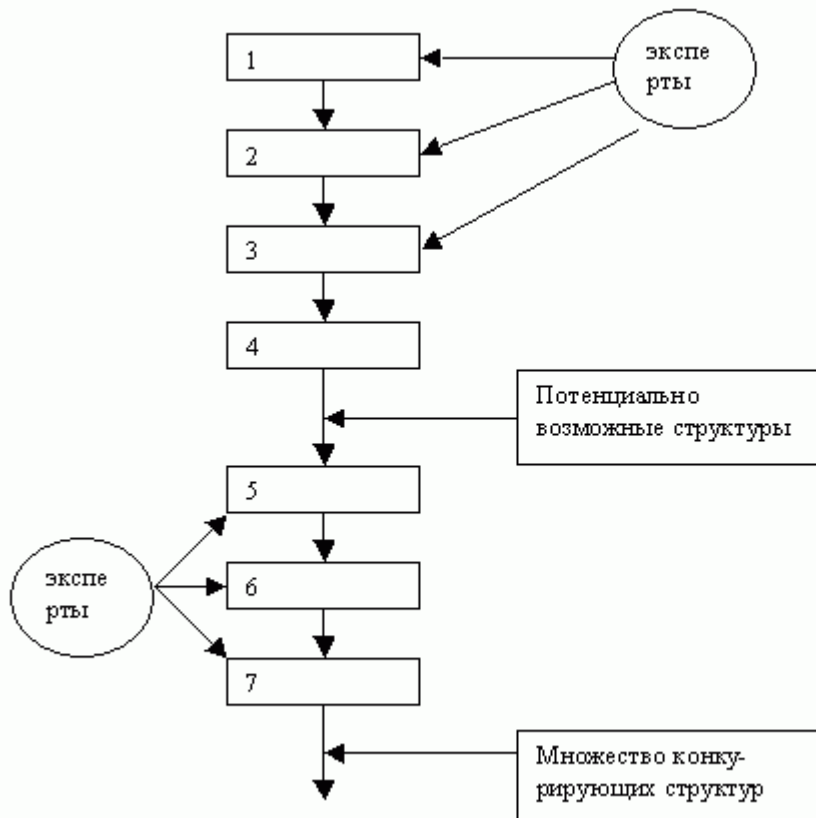


Рис.19.5 – Множество конкурирующих структур

Этап 1

1. Формируется целевое назначение системы
2. Выявляются ее основные функции
3. Составляется морфологическая матрица
4. Вводятся ограничения
 - а) экономические
 - б) технические
 - в) эксплуатационные
5. Выполняется проверка структур на допустимость

Этап 2:

Отбирается совокупность частных критериев $\{K_i\} = \{K_1, K_2, \dots, K_m\}$, которые служат для оценки качества конкурирующих структур.

Набору критериев предъявляется ряд требований:

1. полнота, т.е. набор критериев должен охватывать все важные аспекты решаемой задачи;

2. операционность, т.е. каждый критерий должен характеризовать вполне определенное свойство системы;
3. измеримость, т.е. каждый критерий должен допускать оценку интенсивности характеризуемого им свойства;
4. декомпозируемость, т.е. критерий набора должен обеспечивать возможность разложения задачи на части с меньшей размерностью;
5. неизбыточность, т.е. критерии набора не должны учитывать один и тот же аспект последствий;
6. минимальность, т.е. набор критериев должен содержать как можно меньшее число критериев.

Противоречивость требований заставляет искать компромисс при построении набора критериев.



Рис.19.6 – Набор критериев

Этап 2

- 1 – формируется полный перечень частных критериев;
- 3 – выполняется отбор критериев и их обоснование.

Этап 3:

Выполняется оценка конкурирующих структур по частным критериям для М-ого варианта условий

Для оценки структур используются все возможные средства, которые имеются в наличии на данный момент эволюции систем: аналитические, имитационные, полунатурные модели, полунатурные испытания, проведение экспертиз.

Получаемые оценки $K_{ji}^{(M)}$ образует матрицу критерии структуры

$\{K_j\}$	Единицы измерения	Направление экстремума	$\{S_i\}$			
			S_1	S_2	...	S_n
K_1	$K_{11}^{(M)}$	$K_{12}^{(M)}$...	$K_{1n}^{(M)}$
K_2	$K_{21}^{(M)}$	$K_{22}^{(M)}$...	$K_{2n}^{(M)}$
...
K_m	$K_{m1}^{(M)}$	$K_{m2}^{(M)}$...	$K_{mn}^{(M)}$

Этап 4:

Составляется матрица бинарных предпочтений ЛПР, которое содержит результаты попарных сравнений критериев по важности. 1 – если критерий строки считается более важным, чем критерий столбца. 0 – в противном случае. 0,5 – если критерии не сравнимы по важности.

Суммирование оценок по строке определяет цену критерия.

$\{K_j\}$	K_1	K_2	...	K_m	$C_j^{(M)}$
K_1
K_2
...
K_m

Вылавливаем, что у ЛПР «в голове»

Этап 5:

Находятся веса частных критериев, отражающие неформальное отношение ЛПР

$$\square_{1j} = C_j^{(M)} / \sum r_j^{(M)}, j = 1, m$$

Этап 6:

Находятся веса частных критериев, исходя из разброса векторных оценок

$$\square_{2j} = Z_j^{(M)} / \sum r_j^{(M)}, j = 1, m$$

$$r_j^{(M)} = 1/n \cdot (\sum (-[k_{ji}^{(M)} - k_{ji}^{(M)\wedge}] / k_{ji}^{(M)\wedge}))$$

$$k_{ji}^{(M)} = \sum k_{ji}^{(M)} / n$$

Этап 7:

Находятся обобщенные веса частных критериев в классе линейных функций

$$\omega_j^{(M)} = a \cdot \square_{1j}^{(M)} + b \cdot \square_{2j}^{(M)}, j = 1, m$$

где a и b – это коэффициенты, характеризующие степень доверия к соответствующим весам.

$$a + b = 1$$

В частном случае, когда $a = b = 0,5$

$$\omega_j^{(M)} = 0,5 \cdot (\square_{1j}^{(M)} + \square_{2j}^{(M)}), j = 1, m, \sum \omega_j^{(M)} = 1$$

Этап 8:

Оценки матрицы критериев структуры приводятся к безразмерному виду.

$$\rho_{ji}^{(M)} = k_{ji}^{(M)} / \Delta k_j$$

Δk_j значение-кванты по частному критерию K_j , причем под квантой понимается мера разумной точности измерения соответствующей характеристики.

Этап 9:

Формируется матрица взвешенных оценок

$$E_{ji}^{(M)} = \omega_j^{(M)} \cdot \rho_{ji}^{(M)} (j = 1, m, i = 1, n)$$

Этап 10:

Вычисляются обобщенные скалярные оценки

$$q_i^{(M)} = \sum l_{ji}(\max) - \sum l_{ji}(\min) (i = 1, n)$$

т.е. находится разность суммарных взвешенных оценок по критериям, подлежащим соответственно, минимизации и максимизации.

Этап 11:

при оценке структур в диапазоне условий осуществляется η -кратное повторение этапов 3-10. В результате получаем матрицу структуры условий.

{S}	{M}			
	1	2	...	η
S ₁	q ₁ ⁽¹⁾	q ₂ ⁽¹⁾	...	q ₁ ⁽²⁾
S ₂	q ₂ ⁽¹⁾	q ₂ ⁽²⁾	...	q ₂ ⁽²⁾
...
S _n	q _n ⁽¹⁾	q _n ⁽²⁾	...	q _n ⁽²⁾

Для первого варианта воздействия

Этап 12:

На основе матрицы структуры условия выбирается рациональная структура системы. Эта структура должна обладать приемлемой эффективностью для всех вариантов условий, возникающих с вероятностями p_M . Для известных вероятностей p_M , имеющих частотную или субъективную трактовку, целесообразно использовать критерий максимума средней эффективности в диапазоне условий.

$$E = \max_{S_i} (\sum q_i^{(M)} \cdot p_M) \Rightarrow S_{rat}$$

На практике типичной является ситуация, когда вероятности p_M не известны. В данном случае используются критерии для выбора решений в условиях неопределенности.

Тема 7. Языки описания выбора

Главная цель курса системного анализа – раскрытие системности любой целенаправленной деятельности. Для этого необходимо построить систему моделей, с помощью которых можно обобщать, передавать и совершенствовать опыт такой деятельности. В предыдущих лекциях мы уже выделили некоторые из операций, входящие во всякую целенаправленную деятельность: моделирование, перенос информации во времени и в пространстве, получение новой информации. В данном разделе рассмотрим еще одну операцию, обязательно входящую в целенаправленные процессы – выбор.

Выбор как реализация цели

Выбор является действием, придающим всей деятельности целенаправленность. Именно выбор реализует подчиненность всей деятельности определенной цели или совокупности целей. Рано или поздно наступает момент, когда дальнейшие действия могут быть различными, приводящие к разным результатам, а реализовать можно только одно действие, причем вернуться к ситуации, имевшей место в этот момент времени уже (как правило) нельзя.

Способность сделать правильный выбор в таких условиях – очень ценное качество, которое присуще людям в разной степени. Великие полководцы, выдающиеся политики, гениальные инженеры и ученые, талантливые администраторы отличались и отличаются от своих коллег или конкурентов прежде всего умением принимать лучшие решения, делать лучший выбор.

Естественно стремление понять, что такое «хороший выбор», как приблизиться к наилучшему решению, возможно ли предложить алгоритм получения такого решения. Работа многих исследователей в этом направлении выявила характерную ситуацию: полная формализация нахождения наилучшего решения возможна, но лишь для хорошо изученных (хорошо структурированных) задач. Для решения слабо структурированных задач полностью формальных алгоритмов не существует. Современная тенденция практики выбора в естественных ситуациях состоит в сочетании способности человека решать неформализованные задачи с возможностями формальных методов и компьютерного моделирования (например, диалоговые методы поддержки решений, экспертные системы, информационно-поисковые системы, системы управления базами данных, автоматизированные системы управления и т.д.).

Задачи выбора чрезвычайно многообразны, различны и методы их решения. Прежде всего, введем понятия, общие для всех задач выбора.

Будем представлять принятие решения как действие над множеством альтернатив, в результате которого получается подмножество выбранных альтернатив. Сужение множества альтернатив возможно, если имеется способ сравнения альтернатив и определение наиболее предпочтительных. Каждый такой способ называют «критерием предпочтения». Обратим внимание на то, что при таком описании выбора считают сами

собой разумеющимися, уже пройденными, два чрезвычайно важных этапа системного анализа:

1. порождение множества альтернатив, на котором предстоит осуществлять выбор;
2. определение целей, ради достижения которых производится выбор.

Будем считать, что исходное множество альтернатив уже задано и преследуемые нами цели определены настолько детально, что уже имеются критерии оценки и сравнения любых альтернатив.

Множественность задач выбора

Отметим сразу, что проблема выбора далеко нетривиальна и допускает существенно различающиеся математические постановки задач. Дело в том, что каждая компонента ситуации выбора может реализовываться в качественно различных вариантах. Отметим основные из этих вариантов:

- множество альтернатив может быть конечным, счетным или континуальным;
- оценка альтернативы может осуществляться по одному или по нескольким критериям, которые в свою очередь могут иметь как количественный, так и качественный характер;
- режим выбора может быть однократным (разовым) или повторяющимся, допускающим обучение на опыте;
- последствия выбора могут быть точно известны (выбор в условиях определенности), иметь вероятностный характер, когда известны вероятности возможных исходов после сделанного выбора (выбор в условиях риска), или иметь неоднозначный исход, не допускающий введение вероятностей (выбор в условиях неопределенности);
- ответственность за выбор может быть односторонней (индивидуальной) или многосторонней. Собственно различают индивидуальный и групповой выбор;
- степень согласованности целей при многостороннем выборе может варьироваться от полного совпадения интересов сторон (кооперативный выбор) до их противоположности (выбор в конфликтной ситуации). Возможны также промежуточные случаи, например, компромиссный выбор, коалиционный выбор, выбор в условиях нарастающего конфликта и т.д.

Метод линейной комбинации частных критериев

При решении задач ранее рассматривались только простые случаи – однокритериальные задачи, когда ясен критерий, по которому производится оценка эффективности и требуется найти экстремум только одного показателя.

Но на практике такие задачи встречаются не так уж часто – преимущественно при рассмотрении небольших по масштабу и скромных по значению мероприятий.

Если речь идет о крупномасштабном предприятии, то эффективность их функционирования не может быть охарактеризована с помощью одного-единственного показателя эффективности.

Пример: организуется работа предприятия. С помощью какого одного основного критерия надо выбирать решение? Хотелось бы максимизировать валовый объем продукции, получить максимальный чистый доход, минимизировать себестоимость, максимизировать производительность труда и т.д. Здесь оптимальное решение по одному

показателю может оказаться не лучшим по значениям показателей других критериев. Отсюда вытекает вывод, что решением многокритериальной задачи может быть только некоторое компромиссное решение.

Критерий оптимальности (или показатель эффективности или целевая функция) – это функция, экстремальное значение которой нужно найти в условиях экономических возможностей задачи. Экономические возможности формализуются в виде системы ограничений.

Векторная оптимизация (многокритериальная оптимизация) – это нахождение оптимальных значений по нескольким критериям.

Особенностью задач векторной оптимизации является наличие в области допустимых значений области компромиссов, в которой невозможно одновременное улучшение всех критериев.

Принадлежащие области компромиссов планы называются эффективными или оптимальными по Парето. План – это решение экономико-математической модели (т.е. набор значений неизвестных, удовлетворяющих системе ограничений модели).

Число возможных схем компромиссов практически не ограничено

Вместо нескольких критериев вводится один новый в виде их взвешенной суммы. Т.о. задача математического программирования становится однокритериальной и имеет следующий вид:

$$F^O = \sum_{k=1}^K a_k f_k(X) \rightarrow \max,$$

$$q_i(X) \leq b_i \quad (i = \overline{1, M}),$$

$$X \geq 0.$$

При этом задается вектор весовых коэффициентов всех критериев $a = \{a_1, \dots, a_k\}$, характеризующих важность каждого критерия. $\sum_{k=1}^K a_k = 1, a_k \geq 0 \quad (k = \overline{1, K})$.

Весовые коэффициенты – это положительные числа, сумма которых равна 1: $\sum_{k=1}^K a_k = 1$, при этом $a_k \geq 0 \quad (k = \overline{1, K})$, где K – количество критериев.

Линейная скаляризованная функция F^O (функция свертки) представляет собой сумму частных критериев, умноженных на весовые коэффициенты.

Критерии свертки могут быть нормализованы, т.е. приведены к единому масштабу и безразмерному виду (для непосредственного сравнения критериев).

Недостатки этого метода:

- малым приращениям весовых коэффициентов соответствует большие приращения функции свертки, т.е. решение задачи неустойчиво
- необходимость определения весовых коэффициентов

Преимущества:

- решение по этому методу оптимально, т.е. принадлежит области компромиссов

Определить весовые коэффициенты можно, например, следующим образом. Важность главного критерия принимается за единицу, а для каждого из остальных устанавливается его относительная важность по сравнению с главным. Все полученные положительные числа должны быть меньше единицы. Затем каждое из них, в том числе и важность главного критерия (она равна единице) делят на их сумму и получают весовые коэффициенты.

В методах, использующих *ограничения на критерии*, применяются два подхода:

- 1) метод ведущего критерия;
- 2) методы последовательного применения критериев (метод последовательных уступок, метод ограничений).

Метод ведущего критерия

В методе ведущего критерия все целевые функции кроме одной переводятся в разряд ограничений. Пусть $\gamma = (\gamma_2, \gamma_3, \dots, \gamma_{k-1})$ – вектор, компоненты которого представляют собой нижние границы соответствующих критериев. Задача будет иметь вид

$$\begin{aligned} F &= f_1(\max), \\ f_k &\geq \gamma_k \quad (k = \overline{2, K}), \\ q_i(X) &\leq b_i \quad (i = \overline{1, M}), \\ X &\geq 0. \end{aligned}$$

Полученное этим методом решение может не быть эффективным, поэтому необходимо проверить его принадлежность области компромиссов.

Метод ведущего критерия применяется в таких задачах, как минимизация полных затрат при условии выполнения плана по производству различных видов продукции, максимизация выпуска комплектных наборов при ограничении на потребляемые ресурсы.

Метод последовательных уступок

В этом методе вместо многокритериальной задачи последовательно решается несколько однокритериальных задач (по числу критериев), причем для каждого последующего критерия вводится дополнительное ограничение на величину предыдущего критерия.

1. Вначале устанавливается предпочтительность всех критериев, т.е. на первое место ставится самый важный критерий.

2. Находится оптимальное решение f_1^* по самому важному критерию $f_1(X)$ с учетом системы ограничений (при этом остальные критерии будут рассматриваться на последующих этапах решения задачи). Это решение f_1^* обращает в экстремум самый важный критерий $f_1(X)$.

3. Лицом, принимающим решение, устанавливается величина уступки Δ_1 . Уступка назначается исходя из практических соображений с учетом малой точности, с которой нам известны входные данные. Т.е. мы согласны сделать эту уступку, чтобы максимизировать второй критерий.

4. Решается задача по следующему критерию $f_2(X)$ с дополнительным ограничением.

В том случае, если на этапе 2 решалась задача на поиск максимума критерия f_1 , то дополнительное ограничение имеет следующий вид: $f_1(X) \geq f_1^* - \Delta_1$. Уступка здесь в меньшую сторону, т.к. максимум функции уже найден.

В случае, если на этапе 2 решалась задача на поиск минимума критерия f_1 , то дополнительное ограничение имеет следующий вид: $f_1(X) \leq f_1^* + \Delta_1$. Уступка здесь в большую сторону, т.к. найден минимум функции.

5. После нахождения оптимального решения f_2^* по критерию $f_2(X)$ назначается по нему уступка и решается задача по третьему критерию с двумя дополнительными ограничениями по первым двум критериям

6. Решение задачи продолжается до тех пор, пока не будет найдено значение наименее важного критерия при уступках по остальным критериям.

Метод хорош тем, что сразу видно, ценой какой уступки в одном показателе приобретается выигрыш в другом показателе и какова величина этого выигрыша.

Если лицо, принимающее решение, устраивают значения полученных критериев, то задача считается решенной. В противном случае изменяются величины уступок, и задача решается заново.

Пример. Решить задачу

$$F(X) = \begin{cases} f_1 = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max; \\ f_2 = 40x_1 + 10x_2 \rightarrow \max \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 90; \\ x_1 + x_2 \leq 60; \\ x_2 \leq 50; \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

методом последовательных уступок, если уступка по первому критерию составляет 10 % от его оптимального значения.

Решение

1. Поскольку в задаче указано, по какому критерию назначена уступка 10 %, то данный (первый) критерий считается самым важным.

2. Решаем однокритериальную задачу линейного программирования по критерию f_1 :

$$F(X) = \{f_1 = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 90; \\ x_1 + x_2 \leq 60; \\ x_2 \leq 50; \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Получим оптимальное решение $f_1^* = 160$.

3. В соответствии с условием задачи величина уступки равна $\Delta_1 = 0,1 * 160 = 16$. Дополнительное ограничение будет иметь вид $f_1(X) \geq f_1^* - \Delta_1$, то есть $x_1 + 3x_2 \geq 160 - 16$.

Решим задачу

$$F(X) = \{f_2 = 40x_1 + 10x_2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 90; \\ x_1 + x_2 \leq 60; \\ x_2 \leq 50; \\ x_1 + 3x_2 \geq 144; \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Получим оптимальное решение задачи $X^*=(18, 42)$. Подставив вектор X^* в выражения для целевых функций, получим экстремумы целевых функций $f_1(X^*) = 144, f_2(X^*) = 1140$.

Метод равных и наименьших относительных отклонений

В этом методе вместо многокритериальной задачи решается несколько однокритериальных задач по каждому из критериев в отдельности следующим образом.

1. Находится оптимальное решение f_k^* по каждому из критериев по отдельности. Система ограничений для каждого из критериев одна и та же.

2. Находится относительное отклонение ρ_k для каждого из критериев f_k :

$$\rho_k = \left| \frac{f_k^* - f_k(X)}{f_k^*} \right|, \quad k = \overline{1, K}, \quad (1)$$

где f_k^* – экстремальное решение задачи по k -му критерию;

$f_k(X)$ – k -й критерий (целевая функция);

K – количество критериев.

3. На основе условия равенства относительных отклонений $\rho_1 = \rho_k$ к системе ограничений задачи добавляется равенство следующего вида (в количестве $K - 1$):

$$\left| \frac{f_1^* - f_1(X)}{f_1^*} \right| = \left| \frac{f_k^* - f_k(X)}{f_k^*} \right|, \quad k = \overline{2, K}. \quad (2)$$

В каждом последующем добавляемом ограничении слева от знака равенства всегда стоит относительное отклонение ρ_1 для первого критерия, а справа от знака равенства – относительное отклонение ρ_k для последующего критерия, $k = \overline{2, K}$.

4. Поскольку относительные отклонения должны быть наименьшими, **итоговая** целевая функция будет иметь вид

$$\rho = \rho_k \rightarrow \min. \quad (3)$$

Т.е., целевая функция представляет собой минимум относительного отклонения для какого-то одного критерия (любого, обычно последнего).

Замечания.

1) Необходимо учитывать, что чтобы минимизировать критерий f_k , достаточно максимизировать функцию вида $-f_k$, так как $\min(f_k) = -\max(-\min(f_k))$.

Таким образом, если **оба** приравняемые относительные отклонения ρ_k определены по **максимизируемым** критериям, знаки модуля опускаются.

Например, два первых приравняемых относительных отклонения ρ_1 и ρ_2 определены по максимизируемым критериям:

$$\left| \frac{f_1^* - f_1(X)}{f_1^*} \right| = \left| \frac{f_2^* - f_2(X)}{f_2^*} \right|.$$

Опустив знаки модуля и преобразовав это ограничение, получим ограничение вида

$$1 - \frac{f_1(X)}{f_1^*} = 1 - \frac{f_2(X)}{f_2^*}; \quad \text{и далее} \quad \frac{f_1(X)}{f_1^*} - \frac{f_2(X)}{f_2^*} = 0.$$

Если одно из приравняваемых относительных отклонений ρ_k определено по **максимизируемому** критерию, а второе – по **минимизируемому** критерию, то, опустив знаки модуля, перед вторым относительным отклонением ρ_k необходимо поставить знак минус.

Предположим, что, первое приравняваемое относительное отклонение ρ_1 определено по максимизируемому критерию, а другое приравняваемое относительное отклонение ρ_3 определено по минимизируемому критерию, поэтому перед правой частью равенства поставлен знак минус.

$$\left| \frac{f_1^* - f_1(X)}{f_1^*} \right| = - \left| \frac{f_3^* - f_3(X)}{f_3^*} \right|.$$

Опустив знаки модуля и преобразовав это ограничение, получим ограничение вида

$$1 - \frac{f_1(X)}{f_1^*} = - \left(1 - \frac{f_3(X)}{f_3^*} \right) \quad \text{и далее} \quad \frac{f_1(X)}{f_1^*} + \frac{f_3(X)}{f_3^*} = 2.$$

2) Решение может быть неэффективным, поэтому предварительно необходимо выделить область компромиссов.

Пример. Решить задачу

$$F(X) = \{f_1 = x_1 + 3x_2, f_2 = 40x_1 + 10x_2\} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 90 \\ x_1 + x_2 \leq 60 \\ x_2 \leq 50 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

методом равных и наименьших отклонений.

Решение

1. Решаем только по первому критерию.

$$F(X) = \{f_1 = x_1 + 3x_2\} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 90 \\ x_1 + x_2 \leq 60 \\ x_2 \leq 50 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Находим $f_1^* = 160$.

2. Решаем только по второму критерию.

$$F(X) = \{f_2 = 40x_1 + 10x_2\} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 90 \\ x_1 + x_2 \leq 60 \\ x_2 \leq 50 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Находим $f_2^* = 1800$.

3. Находим относительные отклонения для каждого критерия:

$$\rho_k = \left| \frac{f_k^* - f_k(X)}{f_k^*} \right|, \quad k = \overline{1, K}.$$

$$\rho_1 = \left| \frac{160 - x_1 - 3x_2}{160} \right|, \quad \rho_2 = \left| \frac{1800 - 40x_1 - 10x_2}{1800} \right|$$

4. Поскольку оба критерия максимизируются, знак модуля можно опустить. Приравнивая величины отклонений $\rho_1 = \rho_2$, получаем дополнительное ограничение вида $\frac{f_1(X)}{f_1^*} - \frac{f_2(X)}{f_2^*} = 0$:

$$\begin{aligned} 23x_1 &= 19x_2; \\ 23x_1 - 19x_2 &= 0. \end{aligned}$$

5. **Итоговая** целевая функция будет иметь вид $\rho = \rho_2 = 1 - \frac{40x_1 + 10x_2}{1800} \rightarrow \min$.

6. Окончательно задача примет вид:

$$\rho = 1 - \frac{40x_1 + 10x_2}{1800} \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 90; \\ x_1 + x_2 \leq 60; \\ x_2 \leq 50; \\ 23x_1 - 19x_2 = 0; \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

В результате решения $X^* = (27,1; 32,9)$; Подставив этот вектор X^* в выражения для целевых функций, получим экстремумы целевых функций $f_1(X^*) = 125,7$; $f_2(X^*) = 1414$.

Тема 8. Математическое описание систем

Рассмотрим кратко некоторые типы математического описания, которые чаще других используются в математических конструкциях больших систем.

Внутреннее описание

Со времен Ньютона динамические процессы описывали на языке дифференциальных (или разностных) уравнений, т.е. в терминах некоторых естественно выбранных переменных, таких как положение, температура, скорость и т.д. В общем виде такое описание может быть представлено как:

$$dz/dt = f[z(t), x(t), t], \quad z(0) = z_0, \quad y(t) = h[z(t), x(t), t],$$

где $z(t)$ – n -мерный вектор, компоненты которого описывают состояние системы в момент времени t ; $y(t)$ – p -мерный вектор наблюдаемых выходов системы; $x(t)$ – m -мерный вектор входов системы, z_0 – начальное состояние системы.

В дискретном времени динамика системы может быть описана с помощью разностных соотношений $z(k+1) = F[z(k), x(k), k]$, $z(0) = z_0$, $y(k) = H[z(k), x(k), k]$.

Наиболее важным свойством такого описания является то, что оно дает нам представление о поведении системы в некоторой локальной окрестности текущего состояния. При этом неявно предполагается, что локальная информация может быть каким-то образом «собрана воедино», что позволит понять глобальное (во времени или про-

странстве) поведение системы. Такой подход оказался достаточно обоснованным для анализа многих физических и технических задач. Простые примеры локального описания можно найти в элементарной физике. Известно, например, что колебательное движение груза (маятника) единичной массы, подвешенного на нерастяжимой и невесомой нити единичной длины, описывается уравнением (4.1):

$$d^2z/dt^2 + a \cdot dz/dt + \sin(z) = x(t)$$

где a – коэффициент трения, $x(t)$ – внешняя сила, действующая на груз, $z(t)$ – отклонение груза от положения равновесия.

Таким образом, уравнение (4.1) описывает мгновенное изменение положения и скорости маятника как функцию его текущего состояния (положения) и скорости, т.е. мы имеем локальное описание в координатах «положение-скорость», что характерно для всех описаний динамических процессов на языке дифференциальных или разностных уравнений.

Интересно отметить, что математические описания такого типа начали использовать только со времен Ньютона. До этого при описания физических процессов придерживались точки зрения, высказанной Аристотелем, согласно которой важность целого превышает важность его составляющих. Другими словами, значимость элементов, составляющих некоторое множество, трактовалась через значимость самого множества как целого. Однако возможность использования такого подхода в случае менее изученных объектов, в особенности систем социально-экономической природы, вовсе не очевидна.

Взгляды Аристотеля господствовали в физике на протяжении многих столетий, пока Галилей не высказал иную точку зрения, которая впоследствии была обоснована Ньютоном: целое объясняется свойствами его элементарных (локальных) составляющих, так называемый холистский подход. Сложность современной жизни, проявляющаяся в политике, экономике, социологии стимулирует возрождение интереса к холистским теориям.

Внешнее описание

Тип математического описания, с которым чаще всего приходится иметь дело ученому-экспериментатору, – это связь «вход-выход». Во многих отношениях такое описание диаметрально противоположно частному, локальному описанию, поскольку оно не содержит деталей и единственным доступным источником информации является закономерность (отображение), связывающая выходы системы с ее входами. При этом ничего не известно о внутреннем механизме преобразования входов в выходы. По этой причине связь вход-выход часто называют «внешним описанием» системы в отличие от «внутреннего» (или локального) описания (см. рис.4.1).

Внутреннее и внешнее описания позволяют рассматривать систему как устройство, образующее входы и выходы в соответствии с правилами, определенными внутренним описанием. Иными словами, система является информационным процессом в некотором обобщенном смысле.



Рис.4.1 – Внешнее и внутреннее описание системы

Очевидно, что внутреннее описание говорит нам гораздо больше о способе действия системы, поскольку каждое такое описание порождает внешнее описание. Тем не менее построение модели системы часто связано с решением диаметрально противоположного вопроса: может ли внутренняя модель «объяснить» каждое внешнее описание? Ответом на этот вопрос по существу является решение так называемой «задачи реализации», которая представляет собой один из важнейших аспектов теории систем.

Наиболее «сырая» возможная ситуация, при которой возникает необходимость в описании типа «вход-выход», имеет место, когда мы располагаем всего лишь таблицей элементов (часто чисел), характеризующих реакцию (выходы) системы на различные внешние воздействия (входы). В этом случае внешнее описание системы эквивалентно отображению:

$$f: X \rightarrow Y,$$

где через X обозначено множество возможных входов, а через Y множество возможных выходов системы. Как отмечалось во многих задачах (в частности, психологии, экономики и общественных наук) множества X и Y представляют собой конечный набор элементов, связь между которыми описывается с помощью функции f .

Пример

Предположим, что эксперт, изучающий «черный» ящик не имеет ни малейшего представления ни о его природе, ни о его содержимом. Вместе с тем эксперт может производить над ним некоторые действия (входы) и наблюдать их результаты (выходы). Предположим для определенности, что

элементами множества X и множества Y являются показания различных измерительных приборов. Тогда описание эксперимента типа «вход-выход» могло бы быть таким:

Время	Вход	Выход
10:05	Эксперт не производит никаких действий	Прибор издает звуковой сигнал частотой 240 Гц
10:06	Эксперт нажал на кнопку «А»	Частота сигнала возросла до 480 Гц
10:07	Эксперт случайно нажал на кнопку «В»	Ящик нагрелся на 20°С и начал вибрировать

Этот довольно тривиальный пример показывает, что входы и выходы системы являются функциями времени, т.е. нельзя один и тот же эксперимент провести дважды! Единственное, что можно сделать, – это провести следующий эксперимент, который хотя и незначительно, но будет отличаться от предыдущего.

Менее тривиальный пример внешнего описания системы дает «бихевиористская» школа психологов, для которой характерным является проведение эксперимента и запись его результатов в формате «воздействие-реакция». По мнению представителей этой школы, такое внешнее описание системы дает максимум информации, которую вообще можно получить о ее структуре и функционировании. В то же время «познавательная» школа придерживается другой точки зрения, утверждая, что единственным удовлетворительным описанием системы может быть только внутренняя модель.

Основываясь на довольно общих результатах теории систем, можно показать, что это спор ни о чем. Обе школы, в сущности, утверждают одно и то же, и с точки зрения теории систем эти дебаты столь же содержательны, как и дискуссии относительно того, какая сторона монеты наиболее полно отражает ее стоимость.

Описание систем с конечным числом состояний

В тех случаях, когда предположение конечномерности пространства состояний заменяется предположением о конечности числа его элементов, мы имеем дело с классом систем, анализ которых возможен с помощью чисто алгебраических методов. Важность такой замены трудно переоценить, поскольку совокупность систем с конечным числом состояний включает все последовательные цифровые вычислительные машины.

Математическое описание системы с конечным числом состояний включает:

- множество допустимых входов – X ,
- множество допустимых выходов – Y ,
- множество состояний – Z ,
- функцию перехода – $: Z \times X \rightarrow Z$,
- функцию выхода – $: Z \times X \rightarrow Y$,

При этом предполагается, что множества X , Y и Z конечны. Это позволяет представить описание системы в виде:

$$[.] = (X, Y, Z, \eta, \sigma).$$

В литературе такое представление часто называют схематическим.

Как отмечалось, ограничения вычислительного характера с неизбежностью вынуждают нас явно или неявно сводить каждую системную задачу к виду, указанному выше. Поэтому необходимы тщательное изучение и понимание алгебраической структуры подобных «конечных» описаний, которая основывается на теории конечных полугрупп. Рассмотрение этой теории выходит за рамки настоящего курса лекций.

Пример

Пусть система состоит из симметрий вращения правильного треугольника. Тогда некоторые возможные конечные пространства состояний могут иметь вид:




		Z_1	Z_2	Z_3
	a = b c	[a, b, c]	0	0
	c = a b	[c, a, b]	$2\pi/3$	1
	b = c a	[b, c, a]	$4\pi/3$	2

Рис.4.2 – Конечные пространства

Для описания системы достаточно любого из этих пространств состояний, однако только некоторые из них удобнее использовать для вычислений результата воздействия на состояние системы. Следовательно, пространство состояний вовсе не обязательно должно быть непосредственно привязано к реальному физическому процессу. Это чисто математическая условность, введенная для упрощения проблемы определения реакции системы на заданные внешние воздействия.

Пусть имеются два возможных отображения σ_1 и σ_2 , переводящие одно состояние системы в другое и соответствующие повороту треугольника вокруг центра тяжести на 120 и 240 градусов соответственно. Результаты применения этих отображений к различным пространствам состояний можно представить в виде таблицы:

	z_i	$\sigma_1(z_i)$	$\sigma_2(z_i)$
$z_1 \rightarrow$	[a, b, c] [c, a, b] [b, c, a]	[c, a, b] [b, c, a] [a, b, c]	[b, c, a] [a, b, c] [c, a, b]
$z_2 \rightarrow$	0 $2\pi/3$ $4\pi/3$	$2\pi/3$ $4\pi/3$ 0	$4\pi/3$ 0 $2\pi/3$
$z_3 \rightarrow$	0 1 2	1 2 0	2 0 1

Пространство z_1 на первый взгляд излишне сложное, оказывается вполне пригодным для более сложных систем, например в случае симметрий более общего вида, где могут присутствовать отображения типа σ . В то же время пространства z_2 и z_3 не допускают очевидных обобщений на более сложные случаи с сохранением простоты вычислений.

Способ выбора конкретного пространства состояний системы называется ее координатизацией. При этом важно установить, всегда ли существует координатизация, которую можно считать «хорошей» с точки зрения описания поведения системы. Ключевым моментом проблемы координатизации является алгебраическая структура модели системы в пространстве состояний.