

### Задачи к зачету по теории информации

1. В Петрозаводске 280000 жителей. Какое минимальное количество вопросов, требующих ответа "да" или "нет", необходимо, чтобы однозначно найти одного жителя.
2. На шахматной доске в одной из клеток произвольным образом поставлена фигура. Априори все положения фигуры на доске одинаково вероятны. Определить информацию, получаемую от сообщения, в какой именно клетке находится фигура.
3. Орудие стреляет по удаленной цели. При каждом выстреле она поражается с вероятностью  $p = 0.1$ . Разведка может только один раз проверить, поражается ли цель хоть один раз. Через некое количество выстрелов к следует провести проверку, чтобы она дала максимальное количество информации?
4. В лотерее  $N$  билетов, из них  $k$  выигрышных. Студент купил  $M$  билетов и после розыгрыша сообщил вам, что выиграл (но, возможно, и не на один билет). Какое количество информации вы получили?
5. Бросаются одновременно две игральные кости. Определить количество информации, содержащееся в сообщении о том, что произведение числа выпавших очков четно.
6. Два стрелка, для которых вероятности попадания в мишень равны соответственно 0.6 и 0.7, производят по одному выстрелу. В результате оказалось, что мишень поражена. Какое количество информации содержится в этом сообщении?
7. Источник генерирует знак  $z_1$  с вероятностью 0.8 и  $z_2$  с вероятностью 0.2. Какова энтропия источника?
8. Найти число значений  $m$  случайной величины  $Y$ , все значения которой одинаково вероятны, при котором энтропия  $Y$  будет равна энтропии случайной величины  $X$ . вероятности значений которой заданы таблицей:

$x_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
$p(x_j)$	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	1/64	1/128	1/128
9. Символы азбуки Морзе могут появиться в сообщении с вероятностями: для точки - 0.51, для тире - 0.31, для промежутка между буквами - 0.12, между словами - 0.06. Определить среднее количество информации в сообщении из 500 символов данного алфавита, считая, что связь между последовательными символами отсутствует.
10. Имеется  $n$  одинаковых монет, одна из которых легче. Сколько взвешиваний на чашечных весах необходимо и достаточно, чтобы ее найти?
11. В информационном канале используется алфавит с четырьмя различными символами. Длительности всех символов одинаковы и равны  $t = 1$  мкс. Определить пропускную способность канала при отсутствии шумов.
12. По каналу в одну секунду передается 10 символов (скорость передачи 10 бод). Символы "0" и "1" поступают на вход канала с равной вероятностью. Определите пропускную способность канала при следующих условиях: символ "1" воспринимается как 1 с вероятностью 0.9, и как 0 с вероятностью 0.1, так же искажается и символ "0"; 2) в пакете из 4-х символов с вероятностью 0.1 искажается один символ.
13. Известно, что жители некоторого города А всегда говорят правду, а жители соседнего города Б всегда обманывают. Наблюдатель Н знает, что он находится в одном из этих двух городов, но не знает, в каком именно. Какое наименьшее количество вопросов, требующих ответа "да" или "нет" ему нужно, чтобы определить: а) в каком городе он находится; б) в каком городе живет его собеседник (в каждом пункте можно с одинаковой вероятностью встретить жителей обоих городов); в) то и другое вместе? (Все предположения равновероятны.)

14. Имеются три города (А, Б и В), причем жители А во всех случаях говорят правду, жители Б - только неправду, а жители В через раз отвечают на вопросы верно и неверно. Наблюдатель Н хочет выяснить, в каком городе он находится и в каком городе живет встреченный им человек. Сколько вопросов ему потребуется задать этому встречному, если на все вопросы он отвечает лишь "да" или "нет"? (Все предположения равновероятны.)
15. Имеется 12 монет одного достоинства; 11 из них имеют одинаковый вес, а одна - фальшивая - отличается по весу от остальных (причем неизвестно, легче она или тяжелее настоящих). Каково наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь, которое позволяет обнаружить фальшивую монету и выяснить, легче она, чем остальные монеты, или тяжелее?
16. Источник генерирует знак  $z1$  с вероятностью 0.8 и  $Z2$  с вероятностью 0.2. Постройте эффективные коды Шенона-Фано и Хаффмана для последовательности из трех знаков  $z_i, z_j, z_k$ . Каково среднее число символов на знак? Сравните с энтропией источника.
17. Радиотехническое устройство состоит из 5 блоков (А, Б, В, Г, Д). Блок А в среднем выходит из строя 1 раз в 100 дней, блок Б - 1 раз в 25 дней, В - 1 раз в 5 дней, Г - 1 раз в 4 дня и Д - 1 раз в 2 дня. Контрольный прибор позволяет за одно измерение проверить работоспособность в целом любой комбинации блоков. Как нужно проводить контроль, чтобы затратить на поиски неисправного блока в среднем минимальное количество проверок? Найти это среднее значение.
18. Постройте проверочную матрицу к порождающим:

$$g_1 = \begin{pmatrix} 1000101 \\ 0100111 \\ 0010110 \\ 0001011 \end{pmatrix} \quad g_2 = \begin{pmatrix} 1001101 \\ 0101011 \\ 0010111 \end{pmatrix}$$

19. Код Хемминга (7,4) имеет порождающую матрицу:

$$g = \begin{pmatrix} 1000110 \\ 0100101 \\ 0010011 \\ 0001111 \end{pmatrix}$$

- а) зашифруйте число 13; б) исправьте ошибку в кодовых словах и найдите передаваемое число 0110001, 0111010
20. Циклический код порождается многочленом  $g(x) = x^3 + x + 1$ ; а) закодируйте числа "7" и "10"; б) найдите и исправьте ошибку в принятых кодовых комбинациях: 0111000; 0111001. Какие числа были закодированы?
21. Сообщения источника с производительностью 850 бит/с поступают на вход двоичного симметричного канала с вероятностью искажения  $p = 0.05$ . Длительность символов сигнала в канале  $t = 10$  с. Достаточна ли пропускная способность канала для передачи всей информации, поступающей от источника?

#### Литература

1. Дмитриев В.И. Прикладная теория информации. М.: Высшая школа, 1989. 319 с.
2. Игнатов В.А. Теория информации и передачи сигналов. М.: Радио и связь, 1991. 279 с.
3. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. М.: Мир, 1986. 576 с.